tijdschrift van het

nederlands elektronica- en radiogenootschap

deel 39 - nr. 1 - 1974

nederlands elektronica- en radiogenootschap

Nederlands Electronika- en Radiogenootschap
Postbus 39, Leidschendam. Gironummer 94746 t.n.v.
Penningmeester NERG, Leidschendam.

HET GENOOTSCHAP

Het Genootschap stelt zich ten doel in Nederland en de Overzeese Rijksdelen de wetenschappelijke ontwikkeling en de toepassing van de elektronica en de radio in de ruimste zin te bevorderen.

Lidmaatschap

Voor lidmaatschap wende men zich tot de secretaris. Het lidmaatschap staat -behoudens ballotage- open voor academisch gegradueerden en hen, wier kennis of ervaring naar het oordeel van het bestuur een vruchtbaar lidmaatschap mogelijk maakt.

Studenten aan universiteiten en hogescholen komen bij gevorderde studie in aanmerking voor een junior-lidmaatschap, waarbij 50% reductie wordt verleend op de contributie. Op aanvraag kan deze reductie ook aan anderen worden verleend.

HET TIJDSCHRIFT

Het tijdschrift verschijnt zesmaal per jaar. Opgenomen worden artikelen op het gebied van de elektronica en van de telecommunicatie.

Auteurs die publicatie van hun wetenschappelijk werk in het tijdschrift wensen, wordt verzocht in een vroeg stadium kontakt op te nemen met de voorzitter van de redactie commissie.

De teksten moeten, getypt op door de redactie verstrekte tekstbladen, geheel persklaar voor de offsetdruk worden ingezonden.

De abonnementsprijs van het tijdschrift bedraagt f 40,--. Aan leden wordt het tijdschrift kosteloos toegestuurd.

Tarieven en verdere inlichtingen over advertenties worden op aanvrage verstrekt door de voorzitter van de redactiecommissie.

DE EXAMENS

De examens door het Genootschap ingesteld en afgenomen zijn:

a. op lager technisch niveau:"Elektronica monteur NERG"
b. op middelbaar technisch niveau: Middelbaar Elektronica Technicus NERG"
c. voor het oude examen "Elektronica Technicus NERG" kan volgens de beeindigingsregeling nog slechts tot en met 1975 worden ingeschreven.

Brochures waarin de exameneisen en het examenreglement zijn opgenomen kunnen schriftelijk worden aangevraagd bij de Administratie van de Examencommissie.

Voor deelname en inlichtingen wende men zich tot de Administratie van de Examencommissie NERG, Genemuidenstraat 279, den Haag, gironummer 6322 te Voorburg.

JAMES CLERK MAXWELL

Professor R.V. Jones
University of Aberdeen, Scotland

A sketch of Maxwell's life, with particular reference to his development of the electromagnetic theory.

In celebrating the Centenary of James Clerk Maxwell's Treatise on Electricity and Magnetism, we recall one of the greatest of all physicists. He was 42 years old when the Treatise was published, and he had only another six years to live; but he had already made major contributions to the theory of colour vision, to our understanding of Saturn's Rings, to the theory of optical instruments, to the kinetic theory of gases, and to the theory of mechanical structures, and he had initiated the theory of cybernetics. Any one of these contributions would have ensured him a place in the history of physics, but it is above all for his theory of the electromagnetic field that he is famous, for as Einstein (1931) said

'If we leave aside the important special results which Maxwell contributed in the course of his life to particular domains of physics, and confine our attention to the modification that he produced in our conception of the nature of Physical Reality, we may say that, before Maxwell, Physical Reality, in so far as it was to represent the processes of nature, was thought of as consisting of particles, whose variations consist only in movements governed by partial differential equations. Since Maxwell's time, Physical Reality has been thought of as represented by continuous fields, and not capable of any mechanical interpretation. This change in the conception of Reality is the most profound and the most fruitful that Physics has experienced since the time of Newton'.

Let me therefore tell you something about the man who thus changed the direction of physical thought, and about the way in which he came to develop the electromagnetic theory.

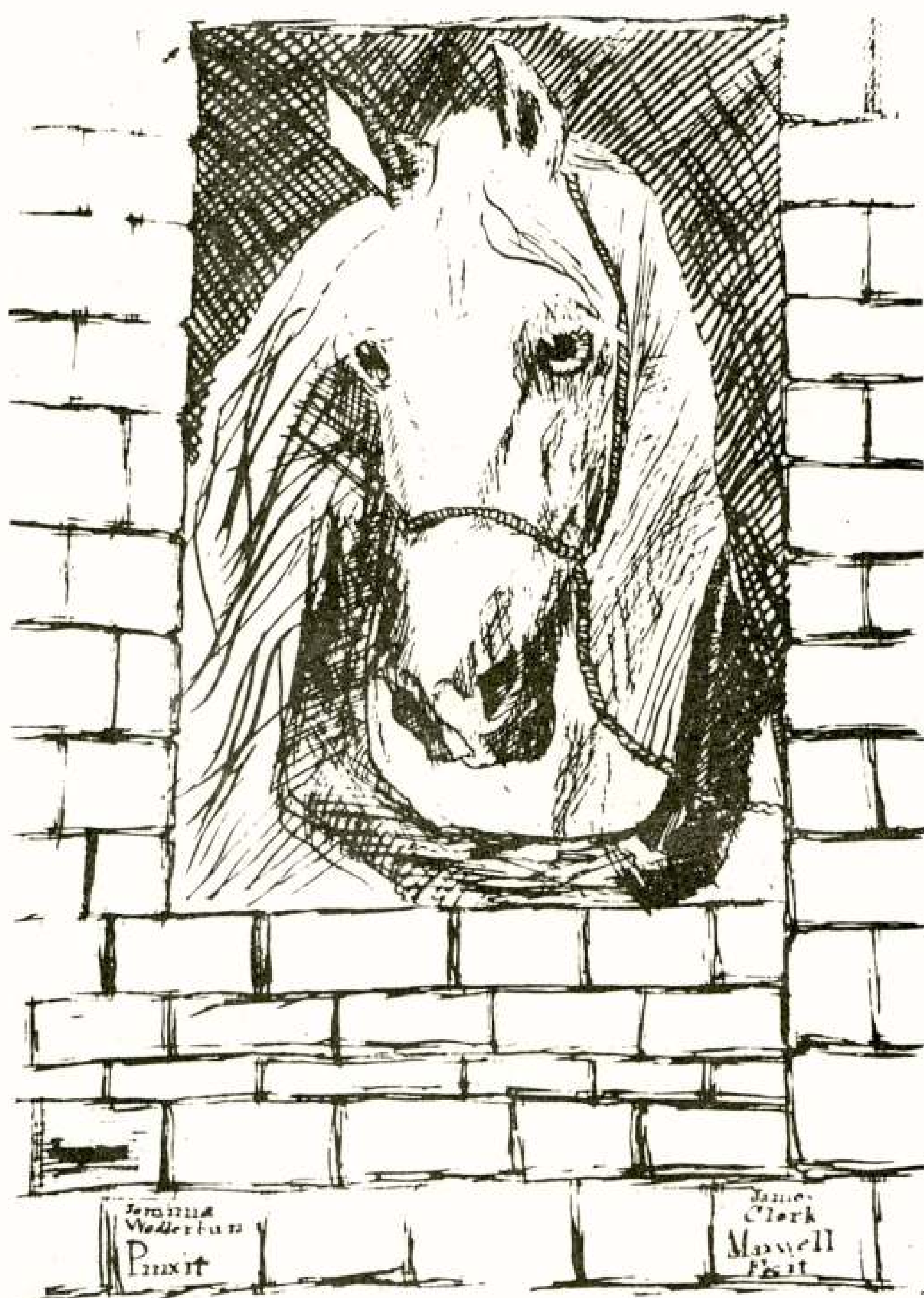
James Clerk Maxwell was born in Edinburgh on 13th June 1831. His father was John Clerk Maxwell, a Scottish gentleman with a country estate in Kirkcudbrightshire in south-west Scotland. His mother, who before her marriage had been Miss Frances Cay, was English, and came from Northumberland. We know something of Maxwell's boyhood, which was spent at the family home, Glenlair, for there are many pencilled sketches made by one of his cousins. He was constantly worrying his father to explain the working of any piece of mechanism, and he was fond, both in childhood and in maturity, of playing jokes. His mother died when he was eight years old; and his father, faced with the problem of his education, brought in a tutor. The latter proved to be a bully, and James made at least one escape from him by sailing out in a wash tub in the duck pond, an incident faithfully sketched by his cousin. Thereafter his father in 1841 sent him to Edinburgh Academy, and even before he left the Academy to go to Edinburgh University at the age of sixteen, James had read a paper to the Royal Society of Edinburgh.

After Edinburgh he went in 1850 to Cambridge, where his contemporaries noticed that whenever the subject admitted it, he had recourse to diagrams, even though his fellow students, and indeed his lecturers, might more easily solve the problem by a train of algebraic analysis. This tendency to think in terms of diagrams and pictures, which has perhaps always been one of the stronger characteristics of British scientists, was essential to Maxwell's approach to many of his problems. And as soon as his undergraduate work at Cambridge had finished, Maxwell put his geometrical insight to work on Faraday's Lines of Force. Even so, he knew that to think in pictures could have its limitations, as he stated in his first paper on the Lines of Force (1855).

'The first process therefore in the effectual study of the science, must be one of simplification and



James Clerk Maxwell, aged 3, escaping from his tutor.
Drawn by his cousin Jemima Wedderburn.



Drawing by James Clerk Maxwell.

reduction of the results of previous investigation to a form in which the mind can grasp them. The results of this simplification may take the form of a purely mathematical formula or of a physical hypothesis. In the first case we entirely lose sight of the phenomena to be explained; and though we may trace out the consequences of given laws, we can never obtain more extended views of the connexions of the subject. If, on the other hand, we adopt a physical hypothesis, we see the phenomena only through a medium, and are liable to that blindness to facts and rashness in assumption which a partial explanation encourages. We must therefore discover some method of investigation which allows the mind at every step to lay hold of a clear physical conception, without being committed to any theory founded on the physical science from which that conception is borrowed, so that it is neither drawn aside from the subject in pursuit of analytical subtleties, nor carried beyond the truth by a favourite hypothesis'.

What Maxwell set out to do in this 1855 paper was to take Faraday's pictorial ideas of Lines of Force, and to give them analytical expression. He said in the paper that the possibility of such expression arose in his mind after reading Kelvin's work of 1847 on 'Mechanical Representation of Electromagnetic and Galvanic Forces by means of the displacements of the particles in an elastic solid in a state of strain'. And about the same time he received another stimulus from reading Faraday's 'Thoughts on Ray Vibrations' (Faraday, 1846). In fact, when in 1864 Maxwell formulated the electromagnetic theory, he stated that Faraday's thoughts were the same in substance as those which were now developing into the electromagnetic theory of light. It may therefore be of interest at this point to recall how Faraday came to publish the thoughts that were to prove such an inspiration to Maxwell.

Faraday, having come from a humble home and having persuaded Humphry Davy to take him as a laboratory assistant in the Royal Institution, had succeeded Davy as Director of Experiments, and was coming towards the end of his famous experimental researches. One of his duties was to arrange each Friday evening during the winter a public Discourse to be delivered either by himself or by some other eminent man of science. It was, and still is, traditional in these Discourses for the lecturer to appear in full evening dress, to perform as many spectacular and informative demonstrations as possible, and to take exactly one hour. On 10th April 1846 the Discourse was to have been given by Sir Charles Wheatstone (known to physicists for the Bridge - which he did not invent - and not for the mouth harmonica which, according to the Oxford Companion to Music - he did. He also invented what is perversely known to cryptographers as the Playfair cypher) but Wheatstone, who was a nervous lecturer, had taken fright at his coming ordeal. In the minutes before the lecture, therefore, instead of composing himself he escaped from the building, and Faraday was thus forced to satisfy the audience as best he could. It happened that Wheatstone had been due to talk about his electro-magnetic chronoscope, by which he had shown that the speed of electricity along wires appeared to be very high indeed, at least as great as the velocity of light through space. Faraday, who had briefed himself on Wheatstone's demonstrations, was therefore able to summarize what Wheatstone would have said, and he then went on to give his own speculations about the possibility that since light and electricity appeared to travel at comparable speeds, it was plausible that light was some kind of wave propagation along his postulated lines of force.

Faraday (1846) said 'I do not think that I should have allowed these notions to escape from me, had I not been led unawares, and without previous consideration, by the circumstances of the evening on which I had to appear suddenly and occupy the place of another'. But the train of thought thus started by Faraday was picked up by Maxwell, in whose mind it must have simmered through the changes that were shortly to occur in his life. Maxwell certainly believed that his mind operated in this way for, as he wrote to a friend (Maxwell, 1857a) 'I believe that there is a department of the mind where things are fermented and decocted, so that when they are run off they come clear'.

The first of the changes in Maxwell's circumstances was a move from Cambridge to Aberdeen, where he was appointed to the Chair of Natural Philosophy in Marischal College in 1856 at the age of 24. The attraction of this Scottish Chair was that it would bring him nearer to his father, with whom he had a very warm relationship. Unfortunately, his



James Clerk Maxwell as a young man, holding a spinning-top
From a photograph in the possession of the Master and Fellows of Trinity College, Cambridge.

James Clerk Maxwell as a young man, holding one of his colour tops.

father died a few weeks after Maxwell's election, and so the major attraction was lost. Maxwell conscientiously set himself to teach his students, who were at a much more elementary level than that to which he had been accustomed in Cambridge. For some time, he found the Aberdonians unresponsive. Indeed, after a few months he was writing (1857b) to a friend 'No jokes of any kind are understood here. I have not made one for two months, and if I feel one coming I shall bite my tongue'.

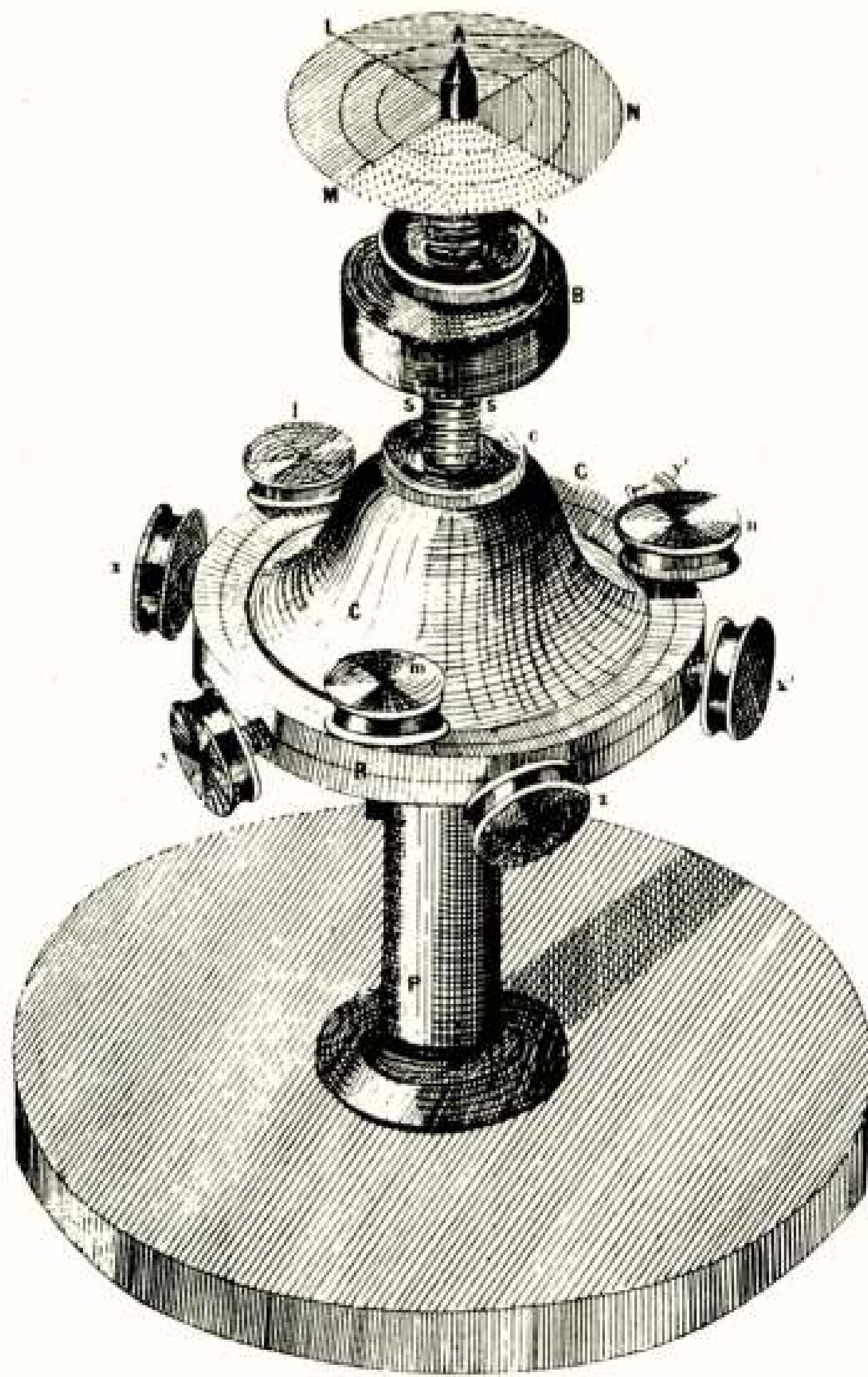
His first paper after coming to Aberdeen was on a dynamical top, developed from a simpler top on which he used to spin coloured sectors for his experiments on colour vision. Maxwell took one model of the top with him when he paid a visit to Cambridge to take his M.A. in 1857; and he amused his Cambridge friends with it in his room one evening after dinner. It had considerable inertia, and was still spinning when they left. The following morning Maxwell happened to look out of his window and see that two of his guests were returning. He promptly set the top spinning again and went back to bed, leaving his astonished friends to wonder at the example of near-perpetual motion.

Maxwell's first major investigation at Aberdeen was to explain the motions of Saturn's Rings, and he went on to investigate the three-colour theory of vision. In some of these investigations of visions he was joined by Katherine Dewar, the daughter of the Principal of Marischal College, and they became engaged to be married early in 1858. In the following year, the meeting of the British Association was held in Aberdeen, and it was at that meeting that Maxwell announced his celebrated law governing the distribution of molecular velocities in a gas, and also made the brilliant prediction that the viscosity of a gas should be independent of pressure. Maxwell himself later verified this prediction by experiment, and it so delighted Rayleigh that the latter said of it (1890) that physics contained 'no more beautiful or telling discovery than that gaseous viscosity is the same at all densities'.

We have very few relics of Maxwell's tenure of the Chair at Aberdeen, but there is one that will interest all radio engineers (Jones, 1973). It is a certificate signed by Maxwell, recording the exemplary conduct of one of his students, George Reith, in the year 1859. George Reith later became Moderator of the Church of Scotland, and the father of John Reith, the first Managing Director of the British Broadcasting Corporation. John Reith who, like his father, was an intensely religious man saw it as his destiny to put to work for the public good the radio waves whose existence had been predicted by his father's teacher. So much so, that during the whole of his tenure of office at the BBC, John Reith kept this certificate framed on the wall of his office, as a constant inspiration. As Reith has recorded (1949), with his reputation for piety it was the belief among his junior staff that this was a certificate that he himself had won for regular attendance at Sunday School.

1859 was, unhappily, the last full year that Maxwell was to see at Aberdeen. Up to that time Aberdeen had had two independent universities, Kings and Marischal, and in 1860 they were fused into the present University of Aberdeen. After the fusion the University would therefore have had two professors in every subject, and so in each subject it decided to retire one of the two professors. The general rule was that the senior professor was to be retired; and although at first sight this would appear to conflict with the policy of 'first in, last out', it has to be remembered that the retiring professor was to be given a pension, and that since he was likely to be older, the University would have to provide a pension for a shorter time. Curiously, an exception was made in natural philosophy, where the junior professor was retired, which meant that Maxwell had to go; and Aberdeen lost easily the most distinguished man it ever had. The eminent historian of science, Sir Edmund Whittaker, told me that he understood that this was at least partly engineered by Maxwell's wife who, as daughter of the Principal, had less than the usual respect for professors. She much preferred the prospect of being the wife of a Scottish laird, which was Maxwell's right by birth. She therefore hoped that he would retire, at the age of 29, to his country estate in south-west Scotland. Maxwell, however, was evidently anxious to go on professing natural philosophy, and he succeeded to the Chair in King's College, London. It nevertheless seems that Mrs. Maxwell ultimately had her way, for he retired from King's College to live on his estate in 1865.

In the intervening years, he succeeded in verifying experimentally his prediction about the independence of the viscosity of a gas with pressure, thus providing the



Maxwell's dynamical top, developed from a simpler top on which he used to spin coloured sectors for his experiments on colour vision.



The Zoetrope or wheel of life, forerunner of the cinematograph. The spare cartoon strips shown were drawn by Maxwell himself.

Zoetrope, with cartoon strips drawn by Maxwell.

most convincing confirmation of the validity of the kinetic theory of gases. Also, based on his researches on colour vision at Aberdeen and on ideas that he had previously developed at Cambridge, he took the first colour photograph, which he showed at the Royal Institution in 1861; this was the birth of colour photography, with all the pleasure that it has since given throughout the world.

1861 was also the year of Maxwell's paper to the Philosophical Magazine 'On Physical Lines of Force'. In this paper he tried to make a mental model of the processes that might be going on in electromagnetic induction. This model consisted of a honeycomb of vortices in the medium all rotating in the same directions, the gaps between them, corresponding to the wax in a true honeycomb, being filled by particles of electricity all rotating in a sense contrary to that of the vortices. This model, along with the concept of a medium in a state of elastic tension, led him in 1862 to the conclusion that even a dielectric would experience the phenomena associated with an electric current while the tension was being built up. Since this is probably the first mention of the famous displacement current, let me read you what he said (Maxwell, 1861):

> 'In a dielectric under induction, we may conceive that the electricity in each molecule is so displaced that one side is rendered positively, and the other negatively electrical, but that the electricity remains entirely connected with the molecule, and does not pass from one molecule to another.
> The fact of this action on the whole dielectric mass is to produce a general displacement of the electricity in a certain direction. This displacement does not amount to a current, because when it has attained a certain value it remains constant, but it is the commencement of a current, and its variations constitute currents in the positive or negative direction, according as the displacement is increasing or diminishing'.

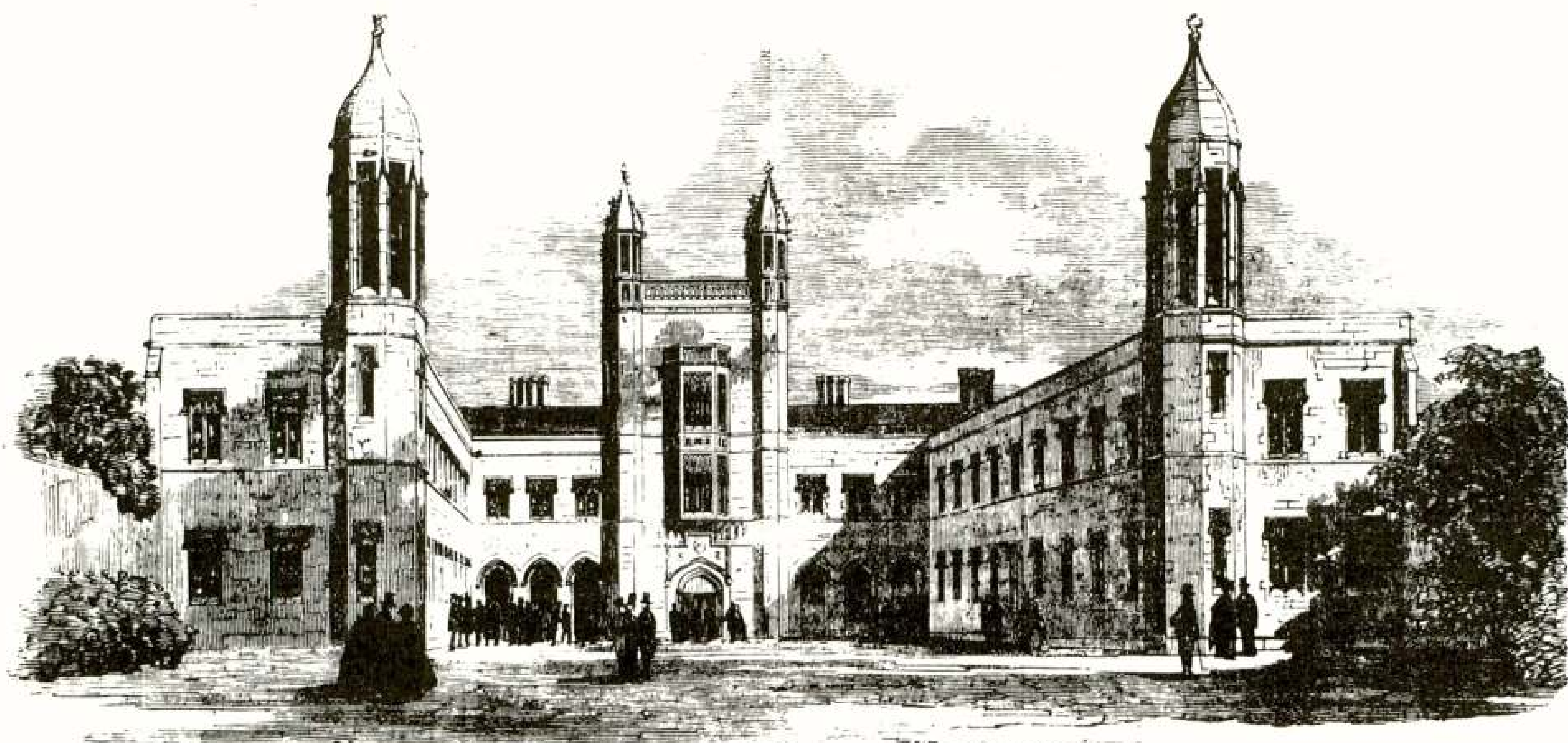
On the next page, he goes on:

> 'In the following investigation I have considered the relation between the displacement and the force producing it.......................... I have deduced from this result the relation between the statical and dynamical measures of electricity, and have shown, by a comparison of the electromagnetic experiments of MM. Kohlrausch and Weber with the velocity of light as found by M. Fizeau, that the elasticity of the magnetic medium in air is the same as that of the luminiferous medium, if these two coexistent, coextensive, and equally elastic media are not rather one medium.................
> The velocity of transverse undulations in our hypothetical medium, calculated from the electromagnetic experiments of MM.Kohlrausch and Weber, agree so exactly with the velocity of light calculated from the optical experiments of M. Fizeau, that we can scarcely avoid the inference that light consists in the transverse undulations of the same medium which is the cause of electric and magnetic phenomena'.

So, here in these papers of 1861 and 1862, we have the first conception of the displacement current, and the first clear statement that light is an electromagnetic phenomenon.

One is tempted to think that Maxwell had a magnificent clue from the measurement by Weber and Kohlrausch (1856) of the ratio of the electrical units, which was known to have the dimensions of a velocity, and whose numerical value came out so close to that of light. One reason for Weber's result not having directly influenced Maxwell was that - as the latter afterwards remarked - Weber had used units which did not produce the familiar numerical value of 3×10^{10}. As he explained in a letter of 10th December 1861 to Kelvin (Larmor, 1936) 'I made out the equations in the country before I had any suspicion of the nearness between the two values of the velocity of propagation of magnetic effects and that of light'. This comment, incidentally, shows us that the birthplace of the electromagnetic theory was Maxwell's country house which now, alas, stands in ruins.

The papers of 1861 and 1862, suggestive though they were, did not satisfy Maxwell himself, dependent as they were on an imaginative but questionable model of electromagnetic induction. He therefore returned to the problem and two years later produced, in the Royal Society Transactions, a paper on 'A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field', in which his thinking ascends a stage in formality. In the preamble to this paper (Maxwell, 1864) it becomes clear that Maxwell was extrapolating the properties of a vacuum from those which he had come to attribute to a tangible dielectric, for he says that when we have emptied a space of all gross matter 'There is always,



MEETINGS OF THE BRITISH ASSOCIATION.—MARISCHAL COLLEGE, ABERDEEN.—FROM A DRAWING BY SAMUEL READ.

Marischal College Aberdeen, where Maxwell was Professor from 1856 to 1860. His lecture room was on the first floor behind the tower on the left, and it was probably here that he announced his distribution law to the 1859 meeting to the British Association.



The ruins of Maxwell's country house, Glenlair, where he first worked out the velocity of electromagnetic waves.

however, enough of matter left to receive and transmit the undulations of light and heat'. And since heat can be transmitted through a vacuum by undulations, the energy in the meantime

'must have been half in the form of motion of the medium and half in the form of elastic resilience. From these considerations Professor W. Thomson has argued, that the medium must have a density capable of comparison with that of gross matter, and has even assigned an inferior limit to that density.

We may therefore receive, as a datum derived from a branch of science independent of that with which we have to deal, the existence of a prevading medium of small but real density, capable of being set in motion, and of transmitting motion from one part to another with great, but not infinite, velocity........

A medium having such a constitution may be capable of other kinds of motion and displacement than those which produce the phenomena of light and heat, and some of these may be of such a kind that they may be evidenced to our senses by the phenomena they produce'.

This is effectively the point at which Maxwell makes the prediction of electromagnetic waves with characteristics other than those of light and heat, and which may therefore be said to be the first pointer to the possible existence of radio waves. So, it is perhaps 1864 rather than 1873 which ought to be regarded as the date of birth of the concept of radio waves; but before we look forward to 1873, let us trace Maxwell's steps in the intervening years.

As we have mentioned, he left King's College in 1865, so as to live permanently at his country house in Kirkcudbrightshire, Glenlair. But his reputation was now so great that his fellow physicists made repeated demands on his efforts. They persuaded him to become President of the Mathematics and Physics Section of the British Association in 1870, and his Presidential Address (Maxwell, 1870) was a superb example of scientific exposition. It included the famous passage:

'There are men who, when any relation or law, however complex, is put before them in a symbolical form, can grasp its full meaning as a relation among abstract quantities. Such men sometimes treat with indifference the further statement that quantities actually exist in nature which fulfil this relation. The mental image of the concrete reality seems rather to disturb than to assist their contemplations. But the great majority of mankind are utterly unable, without long training, to retain in their minds the unembodied symbols of the pure mathematician, so that, if science is ever to become popular, and yet remain scientific, it must be by a profound study and a copious application of those principles of the mathematical classification of quantities which, as we have seen, lie at the root of every truly scientific illustration.

There are, as I have said, some minds which can go on contemplating with satisfaction pure quantities presented to the eye by symbols, and to the mind in a form which none but mathematicians can conceive. There are others who feel more enjoyment in following geometrical forms, which they draw on paper, or build up in the empty space before them. Others, again, are not content unless they can project their whole physical energies into the scene which they conjure up. They learn at what a rate the planets rush through space, and they experience a delightful feeling of exhilaration. They calculate the forces with which the heavenly bodies pull at one another, and they feel their own muscles straining with the effort. To such men momentum, energy, mass are not mere abstract expressions of the results of scientific inquiry. They are words of power, which stir their souls like the memories of childhood.

For the sake of persons of these different types, scientific truth should be presented in different forms, and should be regarded as equally scientific, whether it appears in the robust form and the vivid colouring of a physical illustration, or in the tenuity and paleness of a symbolical expression'.

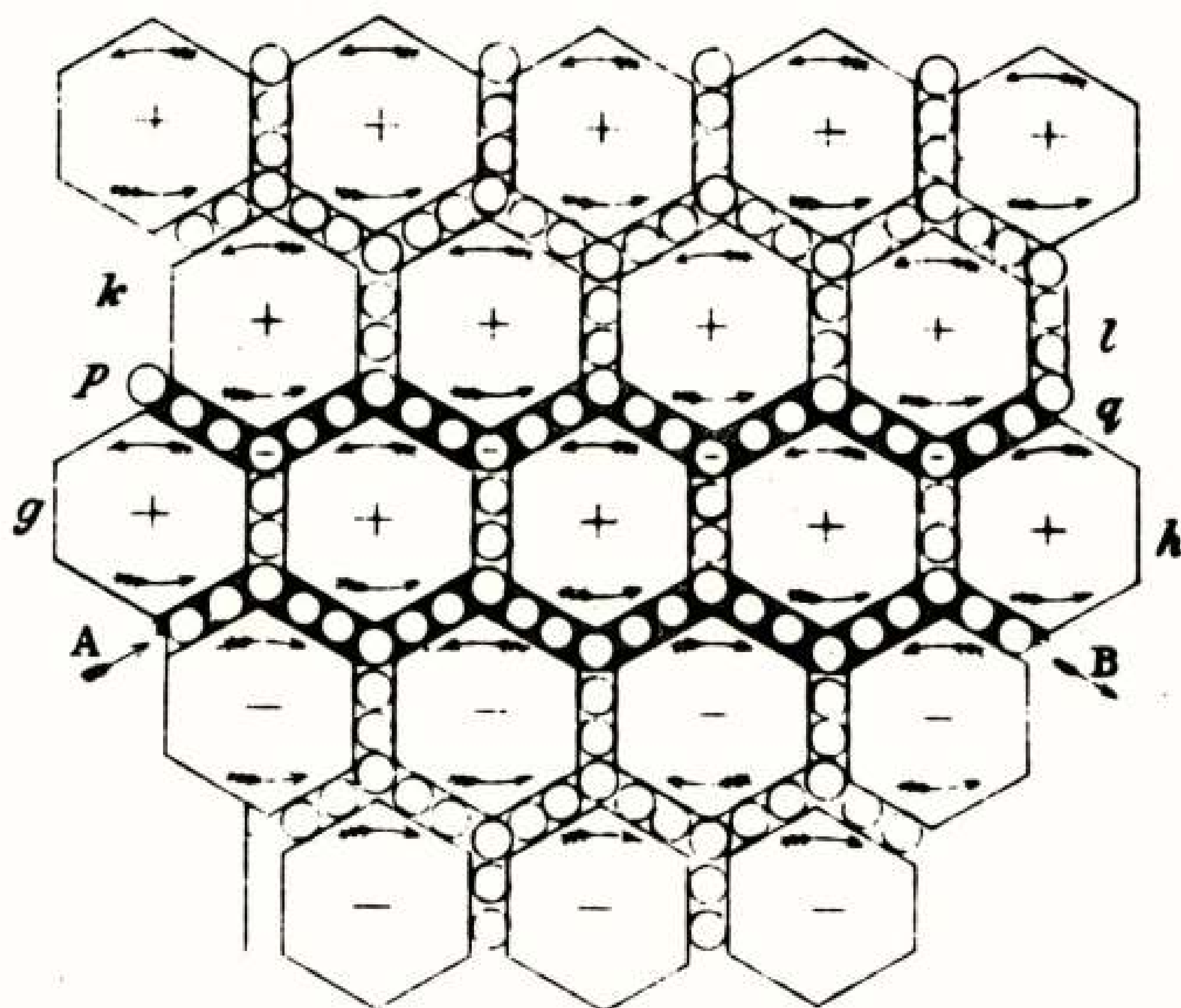
At this time Maxwell was in the course of transforming electromagnetic theory from 'the robust form and the vivid colouring of a physical illustration' of the first stages of his thought into the symbolical expression that has ever since been known as the Maxwell equations, and which were to appear in the Treatise that he was then preparing. But before the Treatise was completed, an important change had occurred in Maxwell's life. If it was important to Maxwell himself, it was vital to the development of Cambridge physics, for what happened was that Maxwell was pressed to be the first Cavendish

Marischal College and University,
ABERDEEN. 6th April 1860

I Certify that Mr George Reith was enrolled as a Bursar in the Natural Philosophy Class in this University on the 7th Nov 1859 that his attendance was punctual and regular up to this date, that his conduct in the Class was exemplary that he was often examined orally and answered correctly in writing a large proportion of the weekly questions on the lectures. That his general proficiency in all the studies of the class entitled him to a place in the order of merit.

James Clerk Maxwell
Profr

Certificate granted by Maxwell to Mr. George Reith, later Moderator of the Church of Scotland and father of Lord Reith, the first Director General of the British Broadcasting Corporation.



Maxwell's first model of the electromagnetic field, showing the medium consisting of vortices (hexagons) all rotating in the same direction, and separated by particles of electricity rotating in the opposite direction (from Phil. Mag. 1861).

Professor of Physics and Head of the new Cavendish Laboratory in Cambridge. As we all know, he set both the Chair and the Laboratory on a course which has probably never been equalled in any other university or in any other subject, for he was succeeded in turn by Rayleigh, J.J. Thomson, and Rutherford.

One of his first duties was to give an inaugural lecture and this occasioned one of his characteristic jokes. For some reason, perhaps engineered by Maxwell himself, the lecture was inadequately advertized, and he therefore gave it to an audience consisting of a handful of students. A few days later it was announced that Maxwell would begin his lectures, and by way of compliment to the new professor the senior members of the university came in force. Maxwell's delighted students therefore saw the delicious prospect of such distinguished men as Adams, Cayley, and Stokes sitting in the front row, with Maxwell gravely expounding to them, though with a perceptible twinkle in his eye, the relation between the fahrenheit and centigrade scales. The inaugural lecture (Maxwell, 1871) itself was a magnificent exposition of the place of experimental physics in a university, and of the methods of teaching and research.

'When we shall be able to employ in scientific education, not only the trained attention of the student, and his familiarity with symbols, but the keenness of his eye, the quickness of his ear, the delicacy of his touch and the adroitness of his fingers, we shall not only extend our influence over a class of men who are not fond of cold abstractions, but by opening at once all the gateways of knowledge, we shall ensure the association of the doctrines of science with those elementary sensations which form the obscure background of all our conscious thoughts, and which lend a vividness and relief to ideas which, when presented as mere abstract terms, are apt to fade entirely from the memory'.

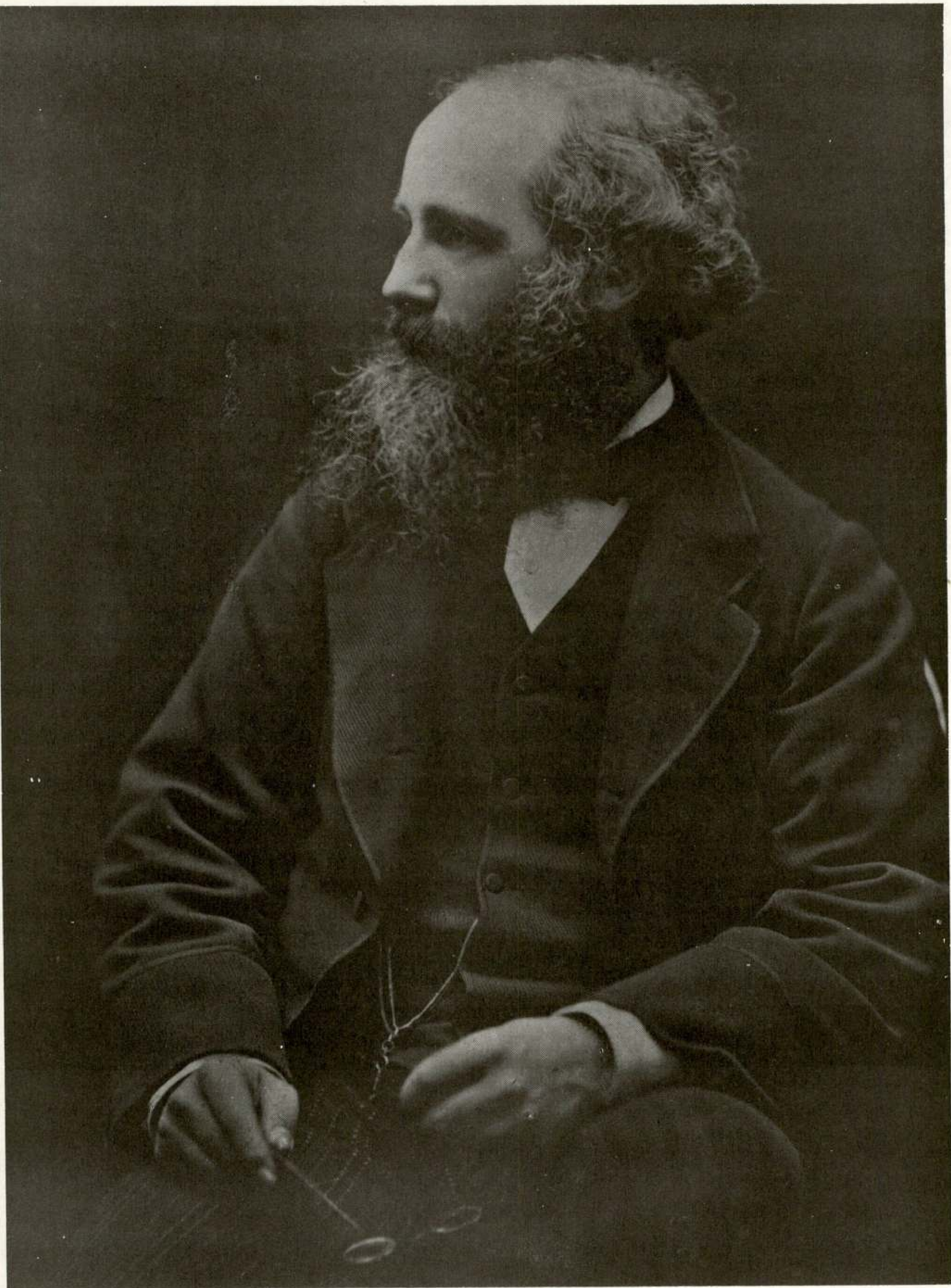
Although he is justly more famous as a theorist, Maxwell was also a very good experimenter, and he delighted in using both his eyes and his hands. Sir Arthur Schuster (1911) recorded how Maxwell had one day succeeded in the difficult task of cutting and grinding a plate out of a doubly refracting crystal to show conical refraction. Delighted with his achievement, Maxwell met Todhunter, one of the most famous of mathematical tutors at Cambridge. 'Would you like to see conical refraction?' asked Maxwell, only to receive from Todhunter the astonishing reply 'No. I have been teaching it all my life and I do not want to have all my ideas upset by seeing it'. It was against such a background that Maxwell succeeded in designing the Cavendish Laboratory for experimental physics and in setting it on its spectacular course.

We now come to 1873, the year in which the Treatise was published. It is, of course, one of the great books of physics, and indeed of all science. As we have seen, its most remarkable conclusions had already been given in Maxwell's papers of 1861 to 1864, but now the theory behind them was much more formalized. The tentative scaffolding of the earlier papers was, as it were, stripped away, and the edifice of electromagnetic theory was now clearly revealed. Of the new results published in the Treatise, the most important is Maxwell's calculation of the pressure in a beam of electromagnetic radiation. It occurs in paragraph 792, which concludes:

'Hence in a medium in which waves are propagated there is a pressure in the direction normal to the waves, and numerically equal to the energy in unit of volume'.

Ever since Newton, experimenters had tried to detect the pressure exerted by a beam of light, but without conclusive results. Maxwell's calculation in the Treatise at last showed them the order of magnitude of the pressure that was to be expected, and that it was so small that it would require considerable improvement in experimental techniques before it could be observed. Indeed, it was not until 27 years later that Lebedew in Russia and Nichols and Hull in America were able to observe radiation pressure with certainty, and show by measurement that the magnitude was that expected by Maxwell. Radiation pressure has, of course, since become recognized as an important phenomenon, for example as an essential component in the structure of stars. It was also of great significance to Einstein, who by means of a thought experiment involving the passage of radiation from one side to the other of a closed box was able to develop a simple argument with which to convince his fellow scientists of the validity of his famous equation $E = mc^2$.

Einstein, incidentally, started his famous 1905 paper on relativity by pointing out how he had been



James Clerk Maxwell in later life.

struck by the asymmetry based on the Maxwell equations of the phenomenon of inducing a current in a circuit with a magnet, depending on whether one regards the magnet as moving and the circuit fixed, or vice versa.

Maxwell did relatively little original work after the publication of the Treatise, because his energies were largely absorbed in establishing the Cavendish Laboratory and in editing the unpublished papers of Henry Cavendish, who was a member of the family of the Duke of Devonshire, whose generosity had made the construction of the Laboratory possible.

When Maxwell died in 1879 his electromagnetic theory had by no means gained general acceptance, as some of his obituary notices acknowledge. But in that year the Prussian Academy of Science offered a prize for the experimental confirmation of the relation between electromagnetic action and the polarization of a dielectric that was the central point of Maxwell's theory. The prize conditions were read by the young Heinrich Hertz who, however, did not enter for the prize because he saw no way of meeting the challenge. But a year after he had been made professor at Karlsruhe in 1885 at the age of 28, he happened to notice that a spark jumped across a gap in a circuit of copper wire when a nearby induction copper wire was being used. This gave him the clue that it might be possible to jump directly to the experimental confirmation of the main consequence of Maxwell's theory, which was that there should exist electromagnetic waves of quite different orders of wavelength from those of light itself. Surprisingly quickly, he grasped the idea of taking a straight piece of wire, cutting it in the middle, and connecting the two cut ends to a spark gap across an induction coil, and using this as a radiator. He tried a similarly cut wire with its cut ends connected to a much smaller spark gap as a detector, and he succeeded in getting sparks across this gap when the induction coil was activating the transmitting antenna. Within a few months he brilliantly established the existence of electromagnetic waves of radio wavelengths, and in showing that their properties were what Maxwell would have expected. He also, incidentally, discovered the photoelectric effect in the same investigation, from the influence of incident light on the behaviour of the secondary spark gap. The main consequences of Maxwell's theory were thus brilliantly established as one of the most imaginative steps ever taken by man.

Maxwell's imagination had been very soundly based. As he said in the preface to the Treatise:

'Before I began the study of electricity I resolved to read no mathematics on the subject till I had first read through Faraday's experimental researches on electricity.......................It is of great advantage to the student of any subject to read the original memoirs on that subject, for science is always most completely assimilated when it is in the nascent state, and in the case of Faraday's researches this is comparatively easy, as they are published in a separate form, and may be read consecutively. If by anything I have here written I may assist any student in understanding Faraday's modes of thought and expression, I shall regard it as the accomplishment of one of my principal aims - to communicate to others the same delight which I have found myself in reading Faraday's researches'.

And in his inaugural lecture at Cambridge, Maxwell said:

'The men whose names are found in the history of science are not mere hypothetical constituents of a crowd, to be reasoned upon only in masses. We recognize them as men like ourselves, and their actions and thoughts, being more free from the influence of passion, and recorded more accurately than those of other men, are all the better materials for the study of the calmer parts of human nature'.

Of the type of man that Maxwell had in mind, there is no better example than himself; and for this reason men of science might offer him to the world as an example of all that they might hope to be. He had no enemies, and he inspired no jealousies. Shining through his vast intellect was his intense humanity. We do indeed recognize in him a man, no mere hypothetical constituent of a crowd, who not only reached the pinnacle of classical physics but who also in his everyday life set an example of serenity and modesty, and twinkling humour and unselfishness.

It has been a privilege for me to come and join you in commemorating the work of a great physicist who, like others in the same tradition - Galileo, Newton, Huyghens, Young, Fresnel, Faraday, Lorentz and Einstein - belongs not just to one country but to the whole world. We in Western Europe may remember with pride and gratitude that it was in our culture, to which these men contributed so much, that they were

themselves nourished. May our closer understanding of recent years add strength to the heritage that they have left us.

REFERENCES

Einstein, A. (1931). Maxwell Commemorative Volume. Cambridge University Press.

Faraday, M. (1846). Experimental Researches in Electricity, III, pp.447-452. Quaritch, London, 1855.

Jones, R.V. (1973). Notes and Records of the Royal Society of London, Vol. 28, pp.57-81.

Larmor, J. (1936). Proc. Camb. Phil. Soc., Vol. 32, pp.695-750.

Maxwell, J.C. (1855). The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, Vol. 1, p.155. Edited by Niven, W.D., Cambridge University Press, 1890. Reprinted by Dover Publications. Afterwards referred to as SPJCM.

Maxwell, J.C. (1857a). Campbell, L. and Garnett, W. The Life of James Clerk Maxwell, p.268. Macmillan, London, 1882.

Maxwell, J.C. (1857b). Campbell and Garnett, p.297.

Maxwell, J.C. (1861). SPJCM I, pp.451-513. The quotation comes from p.491.

Maxwell, J.C. (1864). SPJCM I, pp.526-597.

Maxwell, J.C. (1870). SPJCM II, pp.215-229.

Maxwell, J.C. (1871). SPJCM II, pp.241-255.

Maxwell, J.C. (1873). A Treatise on Electricity and Magnetism. Cambridge University Press.

Rayleigh, Lord (1890). Nature, Vol. 28, pp.26-27.

Reith, J.C.W. (1949). 'Into the Wind'. Hodder and Stoughton, London.

Schuster, A. (1911). The Progress of Physics, pp.25-26. Cambridge University Press.

Thomson, W. (1847). Cambridge and Dublin Mathematical Journal, Vol. 2, pp.230-235.

Weber, W.E. and Kohlrausch, R. (1856). Pogg. Ann. Vol. 89, pp.10-25.

Voordracht gehouden op 13 december 1973 in de T.H. Delft Afdeling der Elektrotechniek, tijdens werkvergadering nr. 234.

RECENTE OPVATTINGEN OVER DE VERGELIJKEN VAN MAXWELL.

Prof. Dr. Ir. J.P. Schouten, Em.,

Technische Hogeschool Delft.

Vijftig jaar na het verschijnen van het boek, getiteld "A Treatise on Electricity and Magnetism" by James Clerk Maxwell in 1873 hield professor H.A. Lorentz in Cambridge "The Rede Lecture for 1923". Zijn rede droeg de titel: "Clerk Maxwell's Electromagnetic Theory", en was gewijd aan de geweldige vooruitgang en de nieuwe inzichten die deze theorie met zich meebracht.
Het is uiteraard niet de bedoeling om hierbij, nu vijftig jaren later, lang stil te staan daar de physicus van vandaag en de wetenschappelijk geinteresseerde electrotechnicus met wat men noemt "de theorie van Maxwell" vertrouwd is of dit dient te zijn.
Aan het eind van zijn rede vroeg Lorentz zich af of de "vergelijkingen van Maxwell" op den duur te handhaven zouden zijn. Daarbij wordt niet gedacht aan kleine wijzigingen in verband met de relativiteits-theorie. Een groter en reëel gevaar zou dreigen van de zijde van de quantum-theorie.
De grandioze ontwikkeling der quantum-theorie sedertdien heeft wel het belang van de vergelijkingen van Maxwell aangetoond als basis voor de quantum-electrodynamica. Nochtans is met het ontstaan van de moderne atoom-fysica de belangstelling van de natuurkundigen voor de klassieke theorie van het electro-magnetisme verflauwd, dan wel verdwenen. Aldus uitte zich Richard Courant in het voorwoord van het boek "The theorie of Electromagnetic Waves" dat door Morris Kline in 1951 werd uitgegeven. De hierin vervatte artikelen werden oorspronkelijk gepresenteerd op een symposium in 1950 in de Verenigde Staten van Amerika. Courant merkt op, dat het gehele "klassieke gebied" aan de wiskundigen werd overgelaten. In het begin werden brillante bijdragen geleverd door H. Poincaré, Lord Rayleigh, Arnold Sommerfeld, Herman Weyl, G.N. Watson en anderen.
Zij gaven de wiskundige behandeling van belangrijke problemen van electromagnetische golfvoortplanting. Geleidelijk aan verflauwde de belangstelling voor een gebied dat steeds minder vruchtbaar werd. In de daarop volgende periode toen de natuurkundigen noch de wiskundigen zich meer voor het klassieke elektromagnetisme interesseerden kwamen de ingenieurs met vele nieuwe problemen, vooral op hoogfrequent gebied. Verdiepte kennis was nodig op vele terreinen zoals de theorie van de golfpijpen en trilholten, van problemen betreffende diffractie, reflectie en voortplanting in niethomogene media van electromagnetische golven en van de opwekking hiervan.
De behoeften van de industrie, gekoppeld aan militaire behoeften brachten toen vooraanstaande geleerden terug naar dit gebied.
Het is genoegzaam bekend hoe J. Schwinger en medewerkers met geheel nieuwe methoden verreikende resultaten bereikten, waardoor ook wiskundigen weer in het geweer kwamen. Het hierboven vermelde, door Kline uitgegeven boek weerspiegelt de situatie omstreeks 1950.
De aanloop hiertoe speelde zich af in de jaren dertig. Spreker zat in die jaren op een studeerstoel bij de Octrooiraad en verslond de literatuur- en octrooi-aanvragen van Carson, Scheltermof en anderen op dit gebied. Ook de voorboden van de "radar" dienden zich toen aan.

Bij al deze ontwikkelingen spelen de vergelijkingen van Maxwell een belangrijke zo niet fundamentele rol. De vergelijkingen beschrijven de electromagnetische verschijnselen bij deze toepassingen in hoofdzaak op macroscopische schaal. De materiële eigenschappen worden vrijwel uitsluitend beschreven door geleidbaarheid, diëlectrische constante en permeabiliteit dan wel bij anisotrope media door hiermede corresponderende tensoren.

Het is niet de bedoeling om in deze voordracht op deze ontwikkeling nader in te gaan. Veeleer moge de belangstelling worden gericht op meer fundamentele ontwikkelingen, die er op uit waren en nog zijn om de betekenis van de vergelijkingen te verdiepen en ze eventueel uit te breiden. De eerste hint van het bestaan van kleinste electrische ladingen kwam van Faraday als resultaat van zijn analyse van de verschijnselen der electrolyse. Faraday was echter bijzonder voorzichtig in zijn uitspraken en beschouwde de atoomtheorie van de materie als niet meer dan een prettige hypothese of therminologie. Eerst in 1881 was men zover, dat het bestaan van een elementaire elektrische lading als vaststaand werd aangenomen en met de naam "electron" werd aangeduid.
Geschiedkundige beschrijving van het ontstaan van de elektronentheorie zijn te vinden in het zeer leesbare boekje van L. Rosenfeld: "Theory of Electrons", (4) dat in 1951 verscheen en in 1965 als Dover publikatie uitkwam. Uiteraard wijst dit boek op het werk van onze beroemde landgenoot H.A. Lorentz terug.
Immers heeft Lorentz als eerste door de ontdekking van het Zeeman-effekt (1896) en daarna door Thomson's cathode-straal experimenten in 1897 een electronen-theorie ontwikkeld. Een beroemde uiteenzetting daarvan vindt men in het boek "The Theory of Electrons and its applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat (1909)".

Hoewel door het ontstaan van de quantumtheorie en/of van de golfmechanica en de enorme ontwikkeling daarvan de belangstelling voor de vergelijkingen van Maxwell als zodanig, sterk is afgenomen, zijn toch onderzoekers in de laatste decennia zich gaan bezig houden met het probleem, dat Lorentz als eerste zich stelde, te weten: hoe worden de vergelijkingen van Maxwell voor ponderabele materie afgeleid uit vergelijkingen voor bewegingen van met massa behepte bewegende ladingen, die in geweldige aantallen de materie vormen? Het uitgangspunt vormt daarbij het stelsel vergelijkingen van Maxwell, zoals deze in de vrije ruimte zouden gelden.

In 1967 en 1968 verschenen in Physica zeven artikelen allen getiteld " The Relativistic Energy Momentum Tensor in Polarized Media" (5) van de hand van Professor S.R.de Groot en van L.G.Suttorp.

Laatstgenoemde promoveerde in 1968 op een proefschrift waarbij het gaat over de covariante afleiding van de macroscopische electrodynamica uit de electronentheorie. (6)

Prof. de Groot schreef tevens een boek (7) waarin een afleiding wordt gegeven van de vergelijkingen van Maxwell uitgaande van de electronentheorie onder toepassing van statistische methoden. De opzet is om de Maxwell vergelijkingen zowel in de klassieke als in relativistische "covariante" vorm af te leiden uitgaande van de grondvergelijkingen van Lorentz voor de vrije ruimte waarin ladingen (elektronen en atoomkernen) zich bewegen.

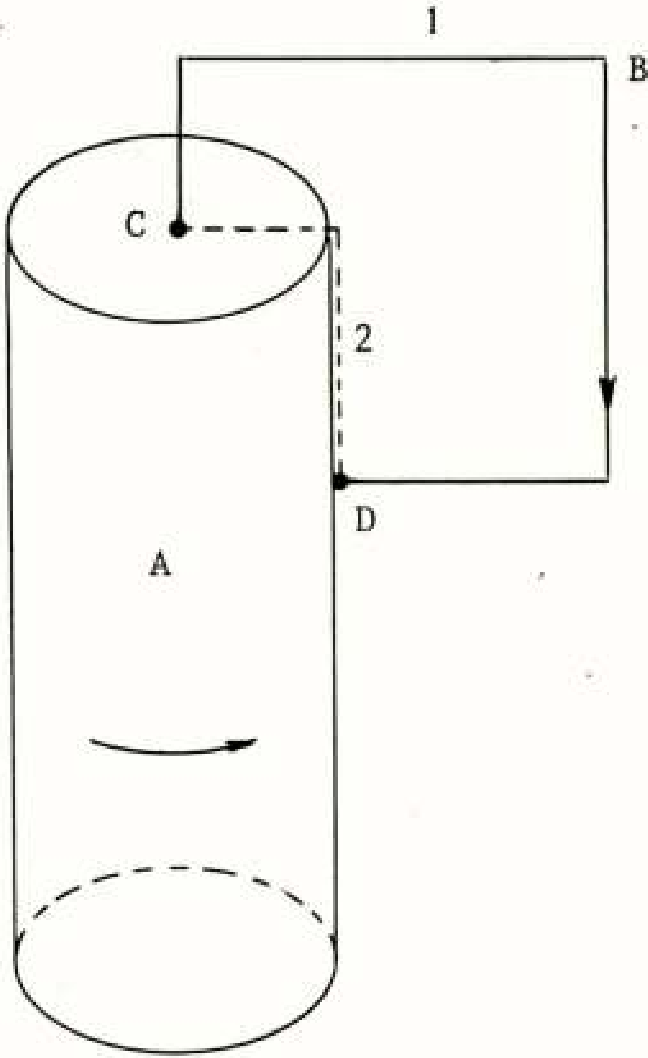
Het schijnt wel, dat door het grote werk van beide geleerden een afsluiting is verkregen van het probleem een correcte formulering te geven van de macrocopische vergelijkingen van Maxwell in covariante vorm. Dit geldt tevens voor de relativistische impuls-energie-tensor in gepolariseerde media.

Toepassingen op een aantal situaties, zoals bij de behandeling van plasma's, vloeistoffen, metalen, isolatoren, gassen en elctrolyten komen er in voor. Het is wel een indrukwekkende hoeveelheid arbeid, die hier is verricht en men krijgt de indruk, dat hiermede veel problemen zijn opgelost.

Er zijn echter ook ontwikkelingen aan de gang, die naar het mij voorkomt de electrotechnische ingenieur meer zullen aanspreken, en die op oude problemen teruggaan. Zo beschreef Einstein in 1905 in " Zur Elektrodynamik bewegter Körper" (8) tegenstrijdigheden, die de electrodynamica van Maxwell aankleven en die "den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen". In het bijzonder werd de aandacht gevestigd op de relative beweging van een geleider en een (permanente) magneet. Bij de gebruikelijke (klassieke) opvatting dienen de twee gevallen dat één van beide lichamen in beweging is, van elkaar dienen onderscheiden te worden.

Is de geleider in rust en beweegt de magneet dan ontstaat in de omgeving van de magneet een elektrisch veld, dat in de geleider een stroom opwekt.
Beweegt echter de geleider en blijft de magneet in rust dan zal, bij dezelfde relatieve beweging van beide lichamen in de omgeving van de magneet geen electrisch veld ontstaan, doch komt in de geleider een electro-motorische kracht tot stand die tot dezelfde electrische stromen aanleiding geven als in het eerste geval. Deze overwegingen stonden, zoals alom bekend, aan het begin van het ontstaan van de speciale relativiteits-theorie. Hierbij worden coördinaat-systemen beschouwd die ten opzichte van elkaar een eenparige snelheid vertonen. Daardoor kon nog de volgende puzzel ontstaan die betrekking heeft op unipolaire inductie.

Deze kan worden opgewekt door een cylindrische permanente magneet met cirkelvormige dwarsdoorsnede om zijn as te laten draaien. Leggen we een geleidende draad zoals



in de figuur is aangegeven, dan ontstaat daarin een elektrische stroom. Draaien we de zaak om, dat wil zeggen staat de magneet stil en laten we de draad in tegengestelde richting als eerst de magneet deed draaien dan ontstaat in de draad dezelfde stroom. Beschouwingen hieromtrent zijn te vinden in het proefschrift van Dr. W. van den Berg, dat in 1920 tot stand kwam. De promotor was Prof. Lorentz. (9) (blz.45 - 48) Volgens klassieke beginselen redenerend stuiten we op een tegenstrijdigheid. Volgens de beginselen van de electronentheorie zullen bij draaiende magneet de elektronen in het magnetische materiaal krachten ondervinden van het magnetische veld, waardoor ze bewegingen krijgen, die de oorzaak zijn van de stroom in B. Draait echter de draad bij stilstaande magneet dan ondervinden de electronen in de draad een kracht in het veld van de magneet en komen daardoor in beweging. In een assenstelsel dat met B meedraait zetelt de elektro-motorische kracht in A en in een assenstelsel dat met A verbonden is zetelt de elektro-motorische kracht in B. De tegenstrijdigheid wordt

opgelost met behulp van een gravitatie-veld, dat in één van de assenstelsels wordt ingevoerd en door toepassing van transformatie-formules die in de algemene relativiteits-theorie optreden. De moeilijk te verwerken conclusie luidt, dat de vraag naar de zetel van de elektro-motorische kracht bij het besproken verschijnsel van unipolaire inductie pas zin heeft, indien men daarbij aangeeft, welk coördinaten stelsel men als normaal beschouwt.

Onder "normaal" wordt dan verstaan, dat het stelsel geen gravitatie-veld vertoont.

Er zijn de laatste tijd ook ontwikkelingen gaande, die wellicht minder diep grijpen dan het werk van de Groot en Suttorp, doch die voor de electrotechnicus zeer aantrekkelijke aspecten vertonen. Het gaat de ingenieur vaak om zodanig inzicht in de verschijnselen dat met redelijke nauwkeurigheid ontwerp-berekeningen kunnen worden gemaakt. In electrische machines bewegen een samenstel van delen uit magnetisch materiaal en electrisch geleidende staven, die stroom voeren. Er zijn eenvoudige situaties van bewegende materie zoals die van homopolaire inductie, waarop we reeds wezen doch ook nog andere, waarop we nog zullen ingaan en die verrassend eenvoudig kunnen worden behandeld indien men ertoe overgaat principieel magnetische ladingen in te voeren, volkomen analoog met elektrische ladingen.

Op de rechtvaardiging hiervan komen we nog terug. We zullen aandacht besteden aan het verschijnsel van homopolaire inductie waarover we reeds spraken.

Een ander interessant geval wordt gevormd door een verend gesloten ring waardoor een staafmagneet is gestroken. Trekt men de staaf in zijn langsrichting uit de ring dan ontstaat een inductie-stoot. Beweegt men de staaf in dwarsrichting buiten de ring door de verende sluiting dan treedt geen inductie-stoot op.

Een derde voorbeeld waarbij magnetische ladingen in het geding kunnen worden gebracht is dat van een geleidende staaf in de gleuf van het anker van een elektrische machine waarbij de elektrische veldsterkte kan worden berekend door te rekenen met de magnetische inductie, die zou optreden als geen gleuven aanwezig waren. Men kan wel stellen, dat bewegende magnetische ladingen een elektrisch veld opwekken op dezelfde wijze als bewegende elektrische ladingen een magnetisch veld opwekken.

Deze bewering klinkt wel zeer ongewoon, hoofdzakelijk omdat immers vrije magnetische ladingen, in tegenstelling tot vrije elektrische ladingen niet bestaan, althans niet zijn aangetoond. Nochthans stellen we vast, dat het magnetische veld in gemagnetiseerde materie divergenties heeft en deze divergenties wensen wij aan te duiden met de term: magnetische ladingen.

Deze zijn dus slechts aan te treffen binnen de materie . Gaan we er van uit, dat de magnetische inductie $\underline{B}$, het magnetische veld $\underline{H}$ en de magnetisatie $\underline{M}$ met elkaar in verband staan dan geldt

$$\underline{B} = \mu_o (\underline{H} + \underline{M})$$

Daar in de theorie van Maxwell geldt div $\underline{B}$ = o moet derhalve ook div H = - div $\underline{M}$ gelden.

Hieruit volgt uiteraard dat div $\underline{H}$ slechts binnen de materie van nul kan verschillen, daar immers $\underline{M}$, de "magnetisatie" een materie vektor voorstelt.
Het in het geding brengen van magnetische ladingen, zelfs in de vorm van een monopool werd door geleerden op het terrein van de quantum-electrodynamica voorgesteld. Te dien aanzien kan worden verwezen naar een artikel van Julian Schuringer in "Science"(1969)(10).

In dit artikel wordt naar oudere publicaties verwezen o.a. naar beschouwingen van Dirac in 1931.

Echter hebben ook, meer electrotechnisch geinteresseerde geleerden en schrijvers in de vergelijkingen van Maxwell termen opgenomen waarin magnetische ladingsdichtheden voorkomen. Ten eerste kan worden gewezen op het werk van de drie auteurs Fans, Chu en Adler verschenen in 1966 (11). De auteurs wijzen erop (blz.175) dat drie van de vier mogelijke magnetiseringsverschijnselen: ferromagnetisme, ferrimagnetisme en paramagnetisme vrijwel uitsluitend afhangen van de magnetische momenten van de elektronen. Er zijn twee modellen mogelijk voor de magneetsterkte van een elektron. Eén model is gebaseerd op circulerende elektrische stromen, het andere op magnetische ladingen. Deze twee modellen kunnen niet door enige uitwendige veldmeting van elkaar worden onderscheiden omdat zij hetzelfde dipool veld produceren.

Met vele argumenten, die echt wel indruk maken, trachten de auteurs de lezer te laten inzien dat geen tegenstrijdigheden ontstaan indien men de consequenties van de invoering van magnetische ladingen in de vergelijkingen van Maxwell onderzoekt.

Ten aanzien van de homopolaire inductie, die we nog willen bezien in het licht van magnetische ladingen, moge nog worden gewezen op een publikatie van Geo B. Pegram uit het jaar 1917 (12). Hierin worden proeven en metingen beschreven waarbij in een cirkel-cylindrische spoel een geleider wordt geplaatst loodrecht op de as van de spoel. Laat men de geleider om de as van de spoel draaien dan treedt daarin een stroom, althans een elektrisch veld, op.

Staat de geleider stil en laat men de spoel draaien dan treedt geen stroom of spanning in de geleider op. Hieruit blijkt wel, dat homopolaire inductie gebonden is aan de beweging van gemagnetiseerde materie.

Uitvoerige beschouwingen in het werk van Fans e.a. (11) (9 blz. 37b e.v.) leiden tot de volgende vergelijkingen:

$$\text{curl } \underline{H} - \varepsilon_o \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \underline{J}_f + \frac{\partial \underline{P}}{\partial t} + \text{curl } (\underline{P} \times \underline{v})$$

$$\text{curl } \underline{E} + \mu_o \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} (\mu_o \underline{M}) - \text{curl } (\mu_o \underline{M} \cdot \times \underline{v})$$

$$\text{div } \varepsilon_o \underline{E} = \rho_f - \text{div } \underline{P}$$

$$\text{div } \mu_o \underline{H} = - \text{div } \mu_o \underline{M}$$

Deze vergelijkingen zijn afgeleid uit elementaire vergelijkingen waarin vrije en electrische polarisatie-ladingsdichtheden zijn opgenomen benevens daarmede corresponderende magnetische grootheden.

Een zeer eenvoudige beschouwing en berekening leert nu, dat bij een om de as roterende cirkel-cylindrische magneet door de magnetische oppervlakte ladingen een electrisch veld wordt gecreeerd dat identiek is met het elektrische veld dat de waarnemer, die met de draad verbonden is, waarneemt indien de magneet stilstaat en de draad roteert.

De berekening, moge hier worden vervangen door een korte uitleg.
In een met de draad meedraaiend assenstelsel werken krachten op in dat assenstelsel rustende ladingen die gegeven zijn $\underline{w} \times \underline{B}$ waarin $\underline{w} = \underline{u} \times \underline{r}$.
$\underline{u}$ is de hoeksnelheidsvector, b.v. in de rotatieas.
$\underline{r}$ is een radius-vektor vanuit een vast punt in de as.
Men kan stellen, dat in het roterende assenstelsel een electrisch veld heerst gegeven door $\underline{w} \times \underline{B} = \underline{F}'$
Voor dit veld geldt nu dat F' rotatievrij is.
Immers geldt:

$$\nabla \times (\underline{w} \times \underline{B}) = \underline{w}(\nabla.\underline{B}) + (\underline{B}.\nabla)\underline{w} - \underline{B}(\nabla.\underline{w}) - (\underline{w}.\nabla)\underline{B} \qquad \text{(I)}$$

Daar $\nabla.\underline{B} = o$ en $\nabla.\underline{w} = o$ geldt:

$$(\underline{B}.\nabla)\underline{w} = (\underline{B}.\nabla)(\underline{u} \times \underline{r}) = \underline{u} \times \underline{B} \qquad \text{(II)}$$

De term $(\underline{w}.\nabla)\underline{B}$ kan als volgt worden herleid:

$$\frac{d\underline{B}}{dt} = \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} + (\underline{w}.\nabla)\underline{B} \qquad \text{(III)}$$

$\frac{d\underline{B}}{dt}$ geldt voor vast assenstelsel bij verplaatsing met snelheid $\underline{w}$ en hiervoor geldt $\frac{d\underline{B}}{dt} = \underline{u} \times \underline{B}$ daar $\underline{B}$ in radiale vlakken verloopt en $\underline{w} = \underline{u} \times \underline{r}$. Daar verder $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} = o$ in vast assenstelsel geldt dus:

$$(\underline{w}.\nabla)\underline{B} = \underline{u} \times \underline{B} \qquad \text{(IV)}$$

Rekening houdend met het feit, dat $\nabla.\underline{B} = o$ en $\nabla.\underline{w} = o$ volgt uit (I),(II), en (IV)

$$\nabla \times (\underline{w} \times \underline{B}) = \underline{u} \times \underline{B} - \underline{u} \times \underline{B} = o.$$

Hieruit volgt $\oint \underline{F}'.\,\underline{dl} = o$ en dus

$$\int_{(CD)\,1} F'.\,dl = \int_{(CD)\,2} \underline{F}'.\underline{dl}.$$

Deze laatste integraal kan worden beperkt tot het kopvlak van de magneet.

We vinden dan, dat de in de draad opgewekte spanning wordt gegeven door $\int_o^r \underline{F}'.\,\underline{dl}$, waarin r de straal van de magneet voorstelt.
Hiervoor kunnen we schrijven:

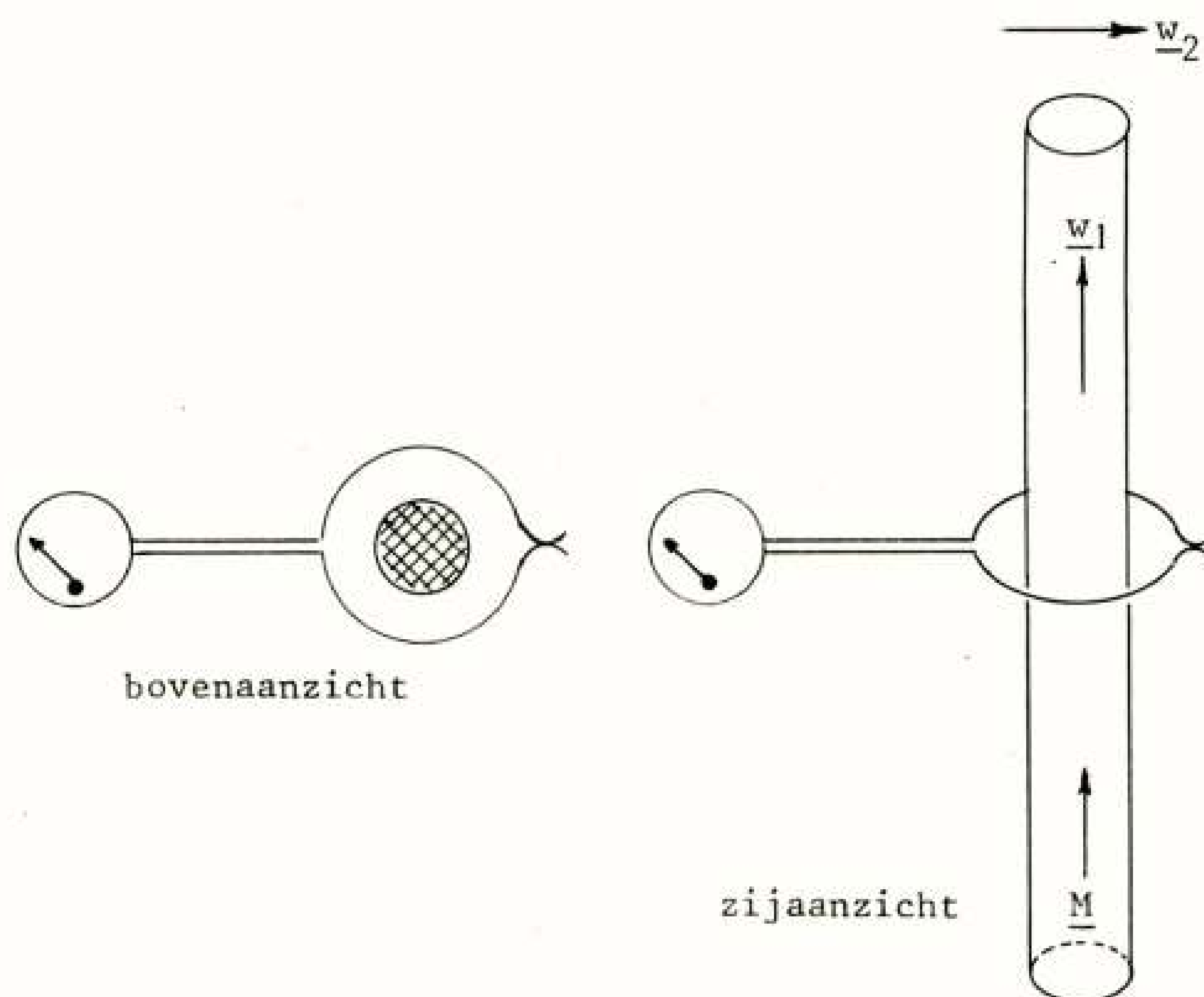
$$\int_o^r (\underline{w}\times\underline{B}).\underline{dl} = \int_o^r \underline{w}.(\underline{B}\times\underline{dl}) = \int_o^r wB_n\,dr$$

$$= u\int_o^r r\,B_n\,dr = \frac{1}{2}\,uB_n r^2 = \frac{u\Phi}{2\pi}$$, waarin $\Phi = \int B_n\, dO$ over een eindvlak waarin Φ de magnetische flex van het eindvlak van de magneet voorstelt.

Draaien we de zaak om, dan blijkt dat de draaiende magneet in de draad een spanning opwekt, die gegeven wordt door $\frac{u\Phi_M}{2\pi}$. Hieruit wordt Φ_M gegeven door

$$\Phi_M = \int \frac{1}{2} M_n\, d\,O$$

Deze conclusie schijnt in overeenstemming te zijn met hetgeen werd opgemerkt ten aanzien van de publikatie van Pegram. (12). Tevens moet worden opgemerkt dat in het hier beschouwde ideale geval $B_m = \frac{1}{2} M_m$.
Een wellicht meer sprekend voorbeeld, dat bovendien op eenvoudige wijze kan worden gedemonstreerd wordt gevormd door een verend gesloten ring, waarin bovendien een ballistische galvanometer is opgenomen (13).



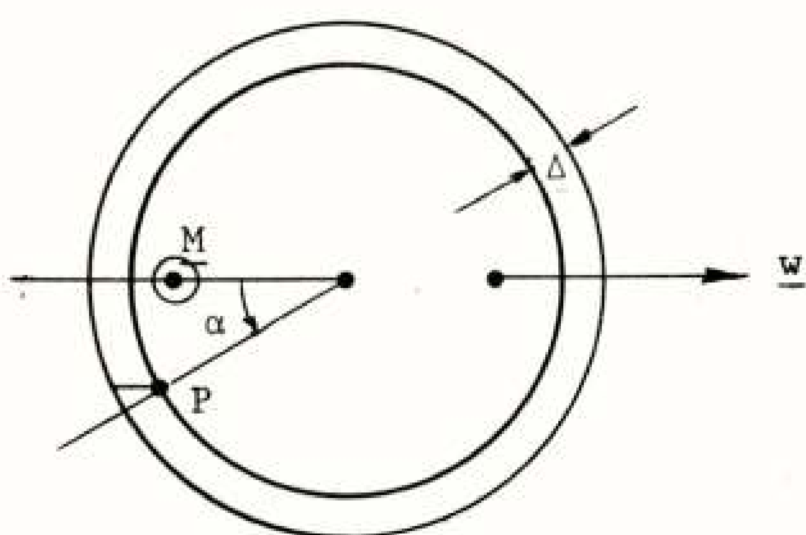
Wordt door de ring een staafmagneet gestoken, die een ronde doorsnede heeft, dan kan de magneet op twee manieren uit de ring worden gebracht. Doen we dat in vertikale richting dan treedt een inductie-stoot op, die op de galvanometer zichtbaar is.

Er treedt geen inductie-stoot op als de magneet in horizontale richting langs de verende kontakten snel naar buiten wordt bewogen.
Dit laatste resultaat kan worden behandeld met de vergelijking

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} - \mu_o\, \nabla \times (\underline{M} \times \underline{w})$$

De eerste vraag, die zich voordoet luidt: Is er voor de stilstaande waarnemers ergens een $\frac{\partial B}{\partial t}$?
Daar de einden van de magneet ver weg zijn kunnen we wel stellen: $\underline{B} = \mu_o \underline{M}$ in de magneet.
Beschouwen we een punt binnen de magneet, dan is daar dus een waarde van $\underline{B}$, die van nul verschilt. Even later, zodra de magneet is opgeschoven en dus het beschouwde punt niet meer binnen de magneet ligt, is de inductie $\underline{B}$ daar nul. Aan het grensvlak van de magneet treden dus sprongen in $\underline{B}$ op. We trachten deze te berekenen.

We nemen een overgangslaag aan ter dikte van Δ.



In het punt P gaat de inductie naar nul in de tijd

$\Delta t = \frac{\Delta}{\cos \alpha . w}$

Derhalve is dan $\Delta \underline{B} = -\mu_o \underline{M}$ zodat

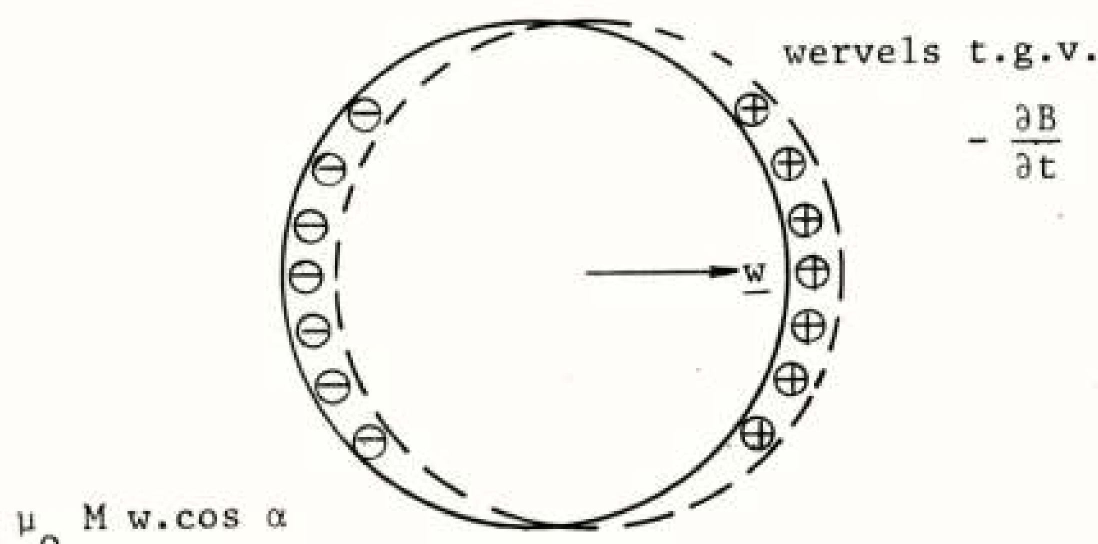
$\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{\mu_o M}{\Delta} w \cos \alpha$. Dit geeft een oppervlakte wervelsterkte $\mu_o \underline{J}\, w \cos \alpha$, die voor de gehele omtrek geldt.

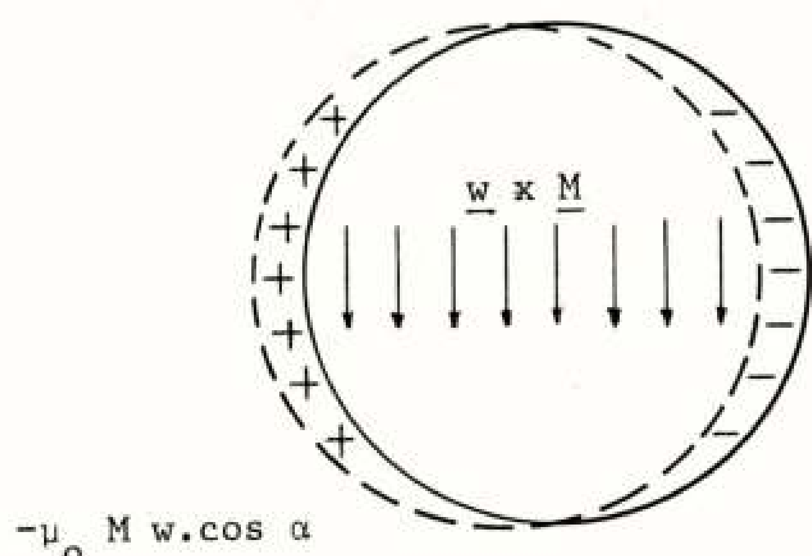
Er blijft te beschouwen het veld $-\mu_o \nabla x (\underline{Mxw}) = \mu_o \nabla x (\underline{wxM})$

Dit veld heeft alleen oppervlaktewervels $\mu_o w\underline{M} \cos \alpha$.

Deze heft de door $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$ veroorzaakte wervels volkomen op.

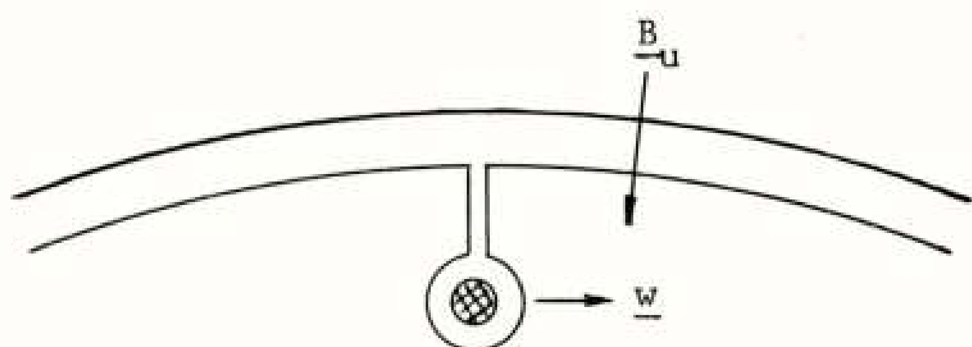
Derhalve is $\nabla \times \underline{E} = o$ en daar geen elektrische ladingen aanwezig zijn volgt hieruit $\underline{E} = 0$.





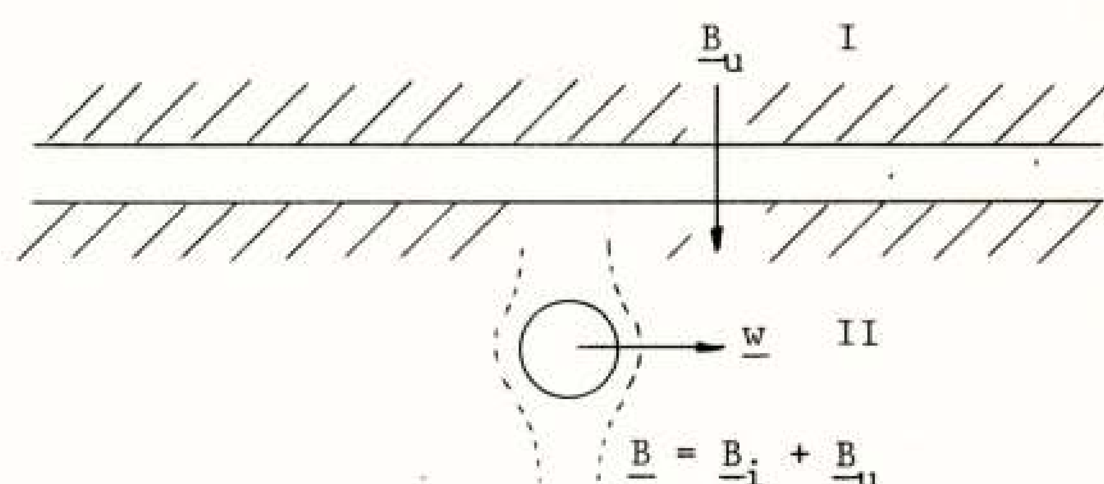
Tenslotte is er nog een puzzle, die hoewel meermalen gesteld, pas laat werd opgelost.

Deze heeft betrekking op de elektromotorische kracht in een geleider in de gleuf of holte van het anker van b.v. een elektrische generator. In de "luchtspleet"



heerst een magnetische inductie $\underline{B}_u$. De elektrische veldsterkte die in de holte heerst en daar op de elektronen werkt wordt gesteld op $\underline{w} \times \underline{B}_u$ hoewel de inductie in de gleuf of holte die waarde niet heeft.

Men kan, voor de verklaring van een en ander het veld in en om de holte opvatten als de superpositie van twee velden. Het eerste is het uitwendige veld $\underline{B}_u$, dat homogeen wordt verondersteld te zijn.



Het tweede is het veld $\underline{B}_i$, dat ontstaat door het aanbrengen van de holte. Het magneticum is door een smalle spleet in tweeen gedeeld zoals aangegeven.

De beweging van het magneticum II is evenwijzig met het grensvlak van medium I en geschiedt met snelheid $\underline{w}$. We vragen nu naar de kracht werkend op de eenheid van lading. Deze bedraagt:

$$\underline{w} \times \underline{B}_u + \underline{w} \times \underline{B}_i .$$

Het veld $\underline{B}_i$ "schuift" met de holte mee. In feite is er ook daardoor ook rekening te houden met een plaatselijke verandering (in een vaststaand assenstelsel) van de inductie. Immers is een "vast" punt in de holte even later in het magneticum II.

De term $\frac{\partial \underline{B}_i}{\partial t}$ is af te leiden door de overweging dat $\underline{B}_i$ niet verandert daar het veld met de gleuf "meebeweegt".

Dan geldt $\frac{d\underline{B}_i}{dt} = \frac{\partial \underline{B}_i}{\partial t} + \underline{w}.\nabla\, \underline{B}_i$

Daar $\frac{d\underline{B}_i}{dt} = o$ geldt $\frac{\partial \underline{B}_i}{\partial t} = -\underline{w}.\nabla\, \underline{B}_i$

De vergelijking voor een bewegend assenstelsel wordt gegeven door: $\nabla \times \underline{E}^1 = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} + \nabla \times (\underline{wxB})$

Voor het onderhavige geval geeft dit

$$\nabla x \underline{E} = \nabla x\, (\underline{w} x \underline{B}_u) + \nabla \times (\underline{w} x \underline{B}_i) - \frac{\partial B_i}{\partial t} .$$

$$= \nabla x\, (\underline{w} x \underline{B}_u) + \underline{w}\, (\nabla . \underline{B}_i) + (\underline{B}.\nabla)\, \underline{w}$$

$$- \underline{B}_i\, (\nabla . \underline{w}) - (\underline{w}.\nabla)\, \underline{B}_i + (\underline{w}.\nabla)\, \underline{B}_i = 0$$

Hieruit volgt, dat $\underline{E} = \underline{w} \times \underline{B}_u$

Men kan dus de conclusie trekken, dat een bewegend elektron geen kracht ondervindt van een magneetveld, dat met het elektron "meebeweegt".

Men zou het ook zo kunnen formuleren, dat een elektron alleen krachten ondervindt van ten opzichte van dit elektron magnetische ladingen. Bij een elektrische generator (of motor) zijn dat de magnetische ladingen aan de

statorkant van de luchtspleet.

Literatuur

1. A Freatise on Electricity and Magnetism.
by James Clark Maxwell, M.A.
2 vol. third Edition. Oxford At the Clarendion Press 1892.

2. The Theory of Electromagnetic Waves.
Edited by Morris Kline.
Dover Publ.Inc.New York, Copyright 1961.
Artikelen hierin aangeboden op een symposium in 1950
Boek oorspr. gepubliceerd door Interscience Publishers Inc.New York 1951,

3. The Theory of Electrons.
and its applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat. A course of Lectures......
by H.A.Lorentz, 1909.

4. Theory of Electrons, by L.Rosenfeld.
Dover Publications, Inc.New York, 1965.
Oorspr.verschenen in Amsterdam 1951.

5. The Relativistic Energy - Momentum Tensor in Polarized media.
by S.R.de Groot en L.G.Suttorp.
1967, Physica 37 blz. 284 - 296.
I The Atomic Energy - Momentum Conservatium Laws blz. 297-308.
II The Relativistic Energy - Momentum Tensor in Polarized Media, 1968, blz. 28-40.
III Statistical Theory of the Energy - Momentum Laws, 1968, blz. 41-60.
IV The Macroscopic Material Energy - Momentum Tenson 1968, blz. 61-76
V Statistical Thermodynamics of Electromagnetic Phenomena.
VI 1968, blz. 77-83,
The Difference Between the Energy - Momentum Tensors in the Presence and in the Absence of External Fields.
VII 1968, blz. 84-93,
Discussion of the Results in Connexion with previous work,

6. On the Covariant Derivation of Macroscopic Electrodynamics from Electron Theory.
Academisch proefschrift 3-4-1968 door L.G.Suttorp.

7. The Maxwell equations.
Non -relativistic and relativistic denivations from electronic theory, 1969, S.R.de Groot.
North Holland Publ.Cy. Amsterdam-London.

8. Einstein,A.
Zur Elektrodynamik bewegter Körper.
Ann d.Physik 17, 1905 en afgedrukt in:
H.A.Lorentz, A.Einstein, H.Minkowski.
Das Relativitätsprinzip; Eine Sammlung von Abhandlungen mit anmerkungen von A.Sommerfeld und Vorwort von O.Blumenthal.
Leipzig und Berlin, Druck und Verlag von B.G.Teubner, 1913.

9. Dr.W.van den Berg
Vraagstukken uit Einstein's Gravitatietheorie,Proefschrift, Leiden 1921.
Drukkerij De Erven Loosjes, Haarlem 1920.

10. A Magnetic Model of Mather, by Julius Schwinger.
Science, 22 august 1969, vol.165,number 3895 blz.757.

11. Electromagnetic Fiels, Energy and Forces.
Robert M.Tano, Lan Jen Chu, Richard B.Adler,
Massachusetts Institute of Technology,
John Wiley & Sons, 1960.
Vgl.p.178.

$$\text{curl } \underline{E} + \mu_o \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} = - \mu_o \frac{\partial \underline{M}}{\partial t} = - J_m^*$$

$$\text{curl } \underline{H} - \varepsilon_o \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \underline{J}_f + \frac{\partial \underline{P}}{\partial t} = \underline{J}_f + \underline{J}_p$$

$$\text{div } \varepsilon_o \underline{E} = \rho_f - \text{div } \underline{P} = \rho_f + \rho_p$$

$$\text{div } \mu_o \underline{H} = - \text{div } \mu_o \underline{M} = \rho_m^*$$

12. Unipolar Induction and Electron Theory.
By Geo B.Pegram,
The Physical Review Sec.Series Dec.1917.
Vol. X, No.6, p.591.

13. Theorie van het El.magn.veld. G.J.Elias,
dl.II, 2e stuk, blz. 197.

14. Velden in en om holten in een magneticum,hierop werkende ponderomatorische krachten.......
J.P.Schouten.
Tijdschrift v.h. Ned.Radio Gen. deel XV, no. 4/5, juli - sept. 1950, blz. 163.

TOEPASSINGEN VAN DE MAXWELL THEORIE OP GOLFVOORTPLANTINGSVERSCHIJNSELEN

Prof. dr. H. Bremmer
Technische Hogeschool Eindhoven

The applications of Maxwell's equations to wave-propagation problems are classified into three categories, viz. those leading to general properties exclusively based on these equations, those in which Maxwell's equations occur combined with quite different ones, and those in which the former are only used in the beginning in order to get some simpler equation(s) for the problem under consideration. The first category comprises, e.g., boundary conditions along moving surfaces, investigations on polarization phenomena, and the derivation of symmetry properties referring to antennas. The study of M.H.D. equations is typical for the second category; here, influences of the medium can be accounted for in proper expressions for the elements of the permittivity and conductivity tensors $\bar{\bar{\varepsilon}}$ and $\bar{\bar{\sigma}}$, wich occur combined in the tensor $\bar{\bar{\varepsilon}}_1 = \bar{\bar{\varepsilon}} + i\bar{\bar{\sigma}}/\omega$.
Finally, some remarks and the history of the propagation problem for radio waves are discussed, in order to show typical aspects of a problem of the third category.

1. INLEIDING.

Een globaal overzicht van deze toepassingen van de Maxwell theorie kan men verkrijgen met behulp van de volgende indeling:

a) afleiding van algemene eigenschappen (in het bijzonder toepasbaar op golfverschijnselen) die rechtstreeks volgen uit de vectoriële structuur van de vergelijkingen van Maxwell;

b) het zoeken van golfoplossingen die voldoen aan de combinatie van deze vergelijkingen met andere vergelijkingen die betrekking hebben op het te beschouwen medium, zoals bijv. de M.H.D. (magneto-hydrodynamische) vergelijkingen. Het aantonen van het bestaan van bepaalde golfsoorten is hierbij vaak belangrijker dan de wijze waarop zij zich door de ruimte voortplanten, zulks in verband met het opsporen van mogelijk bestaanbare instabiele toestanden.

c) het bestuderen van de voortplanting van elektromagnetische golven in gespecificeerde problemen. In dit geval dienen de vergelijkingen van Maxwell vaak slechts om een scalaire golfvergelijking (of een gering aantal van zulke vergelijkingen) af te leiden, evenals de bij deze vergelijking behorende randvoorwaarden.

In de drie hier genoemde categorieën wordt de rol van de Maxwell vergelijkingen relatief tot die van de er bij komende vergelijkingen achtereenvolgens steeds geringer, evenals het aantal bijzondere gevallen dat met de methodiek van elk van hen behandeld kan worden.

Wat de vergelijkingen van Maxwell zelf betreft, zijn de beide vectorvergelijkingen daarvan het belangrijkst. In de ene daarvan kan de stroomdichtheidsvector $\vec{J}$ gesplitst worden in een bijdrage $\vec{J}_s$ die de bronnen van het veld vertegenwoordigt, en een geinduceerde stroomdichtheid die volgens een veralgemeende vorm van de wet van Ohm door $\bar{\bar{\sigma}}\vec{E}$ voorgesteld kan worden. Indien men voorts gebruikmaakt van de materievergelijkingen $\vec{D} = \bar{\bar{\varepsilon}}\vec{E}$ en $\vec{B} = \bar{\bar{\mu}}\vec{H}$ komt men tot de volgende representatie voor de vergelijkingen (in M.K.S. eenheden) van het elektrische en het magnetische veld:

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{\bar{\mu}}\vec{H}\right) = 0,$$
$$\nabla \times \vec{H} - \left(\bar{\bar{\varepsilon}}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\bar{\varepsilon}}}{\partial t} + \bar{\bar{\sigma}}\right)\vec{E} = \vec{J}_s. \qquad (1)$$

Zoals aangeduid door de notaties, mogen $\bar{\bar{\mu}}$, $\bar{\bar{\varepsilon}}$ en $\bar{\bar{\sigma}}$ tensoren zijn, hetgeen de mogelijkheid geeft ook anisotrope media te beschouwen. De beide vergelijkingen (1) zijn dan lineair in de onbekende veldgrootheden $\vec{E}$ en $\vec{H}$, indien althans de genoemde tensoren niet mede van deze velden afhangen.

We zullen de drie bovengenoemde categorieën achtereenvolgens nader beschouwen.

2. EIGENSCHAPPEN BERUSTEND OP DE STRUCTUUR VAN DE MAXWELLSCHE VERGELIJKINGEN.

We zullen vier voorbeelden beschouwen van eigenschappen voor welker afleiding uitsluitend de vergelijkingen van Maxwell behoeven te worden gebruikt (afgezien van wiskundige relaties).

1. De grootte van mogelijke discontinuiteiten van de veldgrootheden aan bepaalde oppervlakken.

Het bekendste geval onder deze categorie is dat van een stilstaand scheidingsoppervlak tussen twee verschillende media. Zoals bekend vindt men dan, met behulp van integraties van de Maxwell vergelijkingen over geschikt gekozen infinitesimale contouren of gebieden nabij dit

oppervlak, dat bij het passeren daarvan de grootheden $E_{/\!/}, H_{/\!/}, D_{\perp}$ en $B_{\perp}$ continu zijn ($/\!/$ en $\perp$ hebben betrekking op de componenten evenwijdig aan, resp. loodrecht op het scheidingsvlak, voor de betreffende veldgrootheden). Op dergelijke wijze zijn nog veel algemenere relaties te vinden. Aldus vindt men de volgende uitbreiding van de relatie die de continuiteit van $E_{/\!/}$ uitdrukt (H. Bremmer, 1951):

$$\nabla\phi \times \delta\vec{E} + \frac{\partial\phi}{\partial t}\,\delta\vec{B} = 0, \qquad (2)$$

hierin is $\phi(\vec{r},t)=0$ de vergelijking van het in het algemene geval bewegende scheidingsoppervlak, terwijl $\delta\vec{E}$ en $\delta\vec{B}$ de discontinuiteiten aldaar van $\vec{E}$ en $\vec{B}$ voorstellen. Indien het oppervlak stil staat, vindt men als bijzonder geval de bovengenoemde continuiteit van $E_{/\!/}$ terug in de vorm $\delta E_{/\!/}=0$. De algemene relatie (2) kan zowel toegepast worden wanneer $\phi=0$ een bewegend scheidingsvlak tussen twee media voorstelt, als wanneer het een oppervlak is waarlangs in een (eventueel inhomogeen) medium een of meer veldcomponenten discontinu veranderen (zoals langs een scherp golffront); in dit laatste geval blijken voorts $\delta\vec{E}$ en $\delta\vec{B}$ tijdens de beweging door de ruimte op dezelfde wijze te veranderen als de amplitudes van $\vec{E}$ en $\vec{B}$ zelf voor een door dat medium langs dezelfde plaatsen voortgaande golf wanneer men voor deze laatste de geometrisch optische benadering gebruikt (hoge frequenties). De aandacht op dit soort relaties werd speciaal gevestigd door Luneberg (Morris Kline, 1949).

2. Polarisatietoestanden van harmonische golven opgewekt door gegeven stroombronnen.

Het beschouwen van dergelijke golven is ook zinvol voor niet harmonische toestanden omdat zowel de oplossingen van de vergelijkingen van Maxwell als de distributies in ruimte en tijd van de stroombronnen als volgt door vierdimensionale Fourierintegralen voorgesteld kunnen worden:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int d\vec{k}\,\vec{e}(\omega,\vec{k})\,e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})},$$
$$\vec{H}(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int d\vec{k}\,\vec{h}(\omega,\vec{k})\,e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \qquad (3)$$
$$\vec{J}_s(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int d\vec{k}\,\vec{j}_s(\omega,\vec{k})\,e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})};$$

hierin is $\vec{k}$ de driedimensionale golfvector met bijbehorend ruimte-element $d\vec{k} = dk_x\,dk_y\,dk_z$.

Voor gegeven waarden van ω en $\vec{k}$, dus een gegeven vlakke golf, levert de substitutie van (3) in (2) vergelijkingen op ter bepaling van $\vec{e}$ en $\vec{h}$ bij gegeven $\vec{j}_s$. De polarizatietoestand van, bijv., het elektrische veld van de vlakke golf kan eerst overzien worden wanneer het magneetveld $\vec{h}$ is geëlimineerd; voor een homogeen niet magnetisch medium ($\mu=\mu_0$) leidt dit tot de volgende uitdrukking in M.K.S. (vergelijk H. Bremmer 1967):

$$\vec{e} = \frac{ic}{\omega}\,\frac{\left(\vec{k}\,\overline{\overline{\varepsilon}}_1\,\vec{k} - \mu_0\omega^2\,|\overline{\overline{\varepsilon}}_1|\,\overline{\overline{\varepsilon_1^{-1}}}\right)\vec{j}_s - (\vec{k}\cdot\vec{j}_s)\,\overline{\overline{\varepsilon}}_1\,\vec{k} + \left\{\left(\text{spoor}\,\overline{\overline{\varepsilon}}_1 - \frac{k_0^2}{\mu_0\omega}\right)(\vec{k}\,\vec{j}_s) - \vec{k}\,\overline{\overline{\varepsilon}}_1\,\vec{j}_s\right\}\vec{k}}{\omega^2|\overline{\overline{\varepsilon}}_1| + \frac{1}{\mu_0}\,\vec{k}\,\overline{\overline{T}}\,\vec{k} + \frac{k^2}{\mu_0^2\omega^2}\,\vec{k}\,\overline{\overline{\varepsilon}}_1\,\vec{k}}; \qquad (4)$$

hierin zijn de volgende tensordefinities gebruikt:

$$\overline{\overline{\varepsilon}}_1 = \overline{\overline{\varepsilon}} + i\,\frac{\overline{\overline{\sigma}}}{\omega}, \qquad \overline{\overline{T}} = \overline{\overline{\varepsilon_1^2}} - \text{spoor}\,\varepsilon_1\cdot\overline{\overline{\varepsilon}}_1, \qquad (5)$$

terwijl k de lengte $(k_x^2+k_y^2+k_z^2)^{1/2}$ van de golfvector $\vec{k}$ is en $|\overline{\overline{\varepsilon}}_1|$ de determinant gevormd door de 9 elementen van $\overline{\overline{\varepsilon}}_1$. Het bijbehorend magneetveld $\vec{h}$ wordt gevonden door op (4) de operator $(\mu_0\omega)^{-1}\,\vec{k}\times$ toe te passen, waarbij dan vanzelf de derde bijdrage in de teller van (4) verdwijnt. Aldus verifieert men dat deze laatste veldbijdrage een elektrostatisch karakter heeft, gekenmerkt door afwezigheid van een magneetveld, en met een elektrisch veld dat op een longitudinale golf duidt (veldrichting evenwijdig aan de voortplantingsrichting $\vec{k}$). Daarnaast is blijkbaar de polarizatie voor de door de eerste term in de teller van (4) bepaalde bijdrage dezelfde als die van de bronstroom (veldrichting evenwijdig aan $\vec{j}_s$, terwijl de polarizatie van de nog overblijvende bijdrage van de middelste term in (4) bepaald wordt door de richting van de vector $\overline{\overline{\varepsilon}}_1\,\vec{k}$.

Voor een niet magnetisch medium gelden dus zeer algemene eigenschappen: het electrostatische gedeelte van de er in opgewekte golven beantwoordt aan longitudinale trillingen, terwijl de overige bijdragen een door de richtingen van $\vec{j}_s$ en $\overline{\overline{\varepsilon}}_1\,\vec{k}$ bepaalde polarizatie hebben, met voor het magneetveld transversale trillingen.

3. De dispersievergelijking.

Wanneer we de noemer van (4) gelijk aan nul stellen, verkrijgen we een relatie tussen ω en $\vec{k}$ voor vlakke golven die zonder bronstromen ($\vec{j}_s=0$) mogelijk zijn. Deze schijnbaar bronloze golven, die hun bron feitelijk in het oneindige hebben, zijn kenmerkend voor de dispersie van een homogeen niet magnetisch medium. De aldus uit (4) te vinden dispersievergelijking kunnen we brengen in de vorm:

$$\mu_0\frac{\omega^2}{k^2}|\overline{\overline{\varepsilon}}_1| + \vec{u}_k\,\overline{\overline{T}}\,\vec{u}_k + \frac{k^2}{\mu_0\omega^2}\,\vec{u}_k\,\overline{\overline{\varepsilon}}_1\,\vec{u}_k = 0,$$

indien $\vec{u}_k$ de eenheidsvector in de richting van de golfvector $\vec{k}$ voorstelt.

Deze dispersievergelijking kunnen we voorts als volgt in factoren ontbinden:

$$\frac{|\overline{\overline{\varepsilon}}_1|}{\omega^2k^2}\left(\omega^2 - \frac{c^2k^2}{n_1^2}\right)\left(\omega^2 - \frac{c^2k^2}{n_2^2}\right) = 0, \qquad (6)$$

waarin:

$$\frac{1}{n_{1,2}^{2}} = - \frac{\varepsilon_0 \left\{ \vec{u_k} \overline{\overline{T}} \vec{u_k} \pm \sqrt{(\vec{u_k} \overline{\overline{T}} \vec{u_k})^2 - 4 |\overline{\overline{\varepsilon_1}}| \cdot \vec{u_k} \overline{\overline{\varepsilon_1}} \vec{u_k}} \right\}}{2 |\overline{\overline{\varepsilon_1}}|} . \qquad (7)$$

We vinden hier dus heel algemeen de mogelijkheid van golven waarvoor $|\overline{\overline{\varepsilon_1}}| = 0$ en van twee door de beide brekingsindices n_1 en n_2 bepaalde golven, hetgeen echter niet betekent dat het beschouwde medium steeds juist dubbelbrekend zou zijn. Dit laatste geldt wel zonder meer in het bijzondere geval dat de tensoren $\overline{\overline{\varepsilon_1}}$ en $\overline{\overline{T}}$ zelf niet van ω en $\vec{k}$ afhangen. Wanneer dit laatste wel het geval is, zullen de afzonderlijke factoren van (6) vaak nog weer opsplitsbaar zijn en aldus ieder nog verschillende "modi" kunnen omvatten; wel leert men hieruit dat telkens twee van zulke modi bij elkaar kunnen behoren overeenkomstig (7), evenals zulks voor de gewone en buitengewone golf geldt in de klassieke gevallen van dubbele breking. Voorts zij opgemerkt dat de door $\overline{\overline{\varepsilon_1}}(\omega,\vec{k})$ etc. uitgedrukte dispersie tot gevolg heeft dat de in (1) optredende tensoren $\overline{\overline{\varepsilon}}, \overline{\overline{\mu}}, \overline{\overline{\sigma}}$ dan feitelijk operatoren zijn van de vorm $\overline{\overline{\varepsilon}}(i\,\partial/\partial t, -i\nabla)$ etc.

4. Symmetrie-eigenschappen van electromagnetische velden.

Dergelijke eigenschappen komen in het bijzonder naar voren in de overeenkomst van de richtingsdiagrammen voor éénzelfde antenne wanneer deze respektievelijk als zender en als ontvanger gebruikt wordt. Men vergelijkt dan twee situaties, d.w.z. twee verschillende electromagnetische velden. Een samenhang tussen twee dergelijke velden kan gevonden worden door op een of andere wijze de voor hen afzonderlijk geldende Maxwell vergelijkingen (1) met elkaar te combineren. Zulk een procedure, het eerst volbracht door Lorentz, leidt tot de volgende relatie die betrekking heeft op twee door de indices 1 en 2 aangeduide velden van dezelfde frequentie (met tijdsafhankelijkheid evenredig aan $e^{-i\omega t}$).

$$\nabla(\vec{E_1} \times \vec{H_2} - \vec{E_2} \times \vec{H_1}) = -(\vec{E_1}.\vec{J_2} - \vec{E_2}.\vec{J_1}). \qquad (8)$$

Daarbij moet dan echter ondersteld worden dat $\overline{\overline{\varepsilon}}, \overline{\overline{\mu}}$ en $\overline{\overline{\sigma}}$ symmetrische tensoren zijn, hetgeen inhoudt dat de uit deze betrekking verder te ontwikkelen theorie bijv. niet toegepast kan worden op een medium waarin een statisch magneetveld aanwezig is.

Men kan de relatie (8) integreren over de gehele ruimte, met uitsluiting van de omgevingen van N bronnen, gegeven door daar werkzame electromotorische krachten V_r of bronstromen J_r $(r = 1, 2, \ldots, N)$, die de velden 1 en 2 opwekken. Wanneer daarbij de volgende van de grootten van de opgewekte velden onafhankelijke relaties

$$J_r = \sum_{s=1}^{N} A_{rs} V_s \quad , \quad V_r = \sum_{s=1}^{N} Z_{rs} J_s$$

gelden, leidt genoemde integratie tot de symmetrie-eigenschappen $A_{rs} = A_{sr}$ en $Z_{rs} = Z_{sr}$.
Men kan dit als een zeer algemene eigenschap van netwerken beschouwen, die men in het bijzonder kan toepassen op de tweepoolaansluitingen van twee verschillende antennes. Wanneer men vervolgens elk dezer antennes op zijn beurt als zender en als ontvanger laat fungeren, kan men met behulp van bovengenoemde symmetrierelaties tot het volgende reciprociteitstheorema geraken: wanneer men voor een oorspronkelijke zendantenne en ontvangantenne de rollen van zender en ontvanger verwisselt, zal de ontvangen energie gelijk blijven wanneer dit ook geldt voor de uitgezonden energie; daarbij moet dan echter de ontvangen energie steeds opgenomen worden in een aangepaste belasting (dit wil zeggen in een belastingsimpedantie die voor de beschouwde frequentie de toegevoegd complexe is van de antenne impedantie van de ontvanger).

Voorts kan men voor ontvangantennes het begrip "effectief oppervlak" A aldus invoeren dat de op grote afstand ontvangen energie (golfzone) gelijk is aan het product van A met de energiestroomdichtheid (grootte van de Poynting vector) van de aankomende golf. Met behulp van het zo juist genoemde reciprociteitstheorema kan men dan verder afleiden dat de verhouding A/g (g = gain = door een zendantenne in een bepaalde richting uitgestraald vermogen gedeeld door de middelwaarde hiervan over alle richtingen), welke dus voor een bepaalde antenne zowel op eigenschappen van deze als zender als op eigenschappen van deze gebruikt als ontvanger betrekking heeft, steeds de vaste waarde $\lambda^2/4\pi$ heeft. Uit de evenredigheid van A en g volgt dat de richtingsdiagrammen van éénzelfde antenne, bij gebruik als zender en als ontvanger, identiek zijn.

3. COMBINATIES VAN DE MAXWELL VERGELIJKINGEN MET ANDERE VERGELIJKINGEN.

Dergelijke combinaties vormen in het bijzonder de grondslag van de M.H.D. vergelijkingen, zoals gebruikt in plasmatheorieën. We willen dit toelichten aan het allereenvoudigste voorbeeld, een koud botsingsloos plasma, zonder statisch magneetveld, waarin slechts de electronen als bewegelijk aangenomen worden. Naast de Maxwell vergelijkingen heeft men voor deze electronen nog te maken met de wet van Newton; deze wordt dan als volgt, in verband met de relatie $\vec{J} = -Ne\vec{v}$ tussen de stroomdichtheid, de electronendichtheid , en de electronensnelheid $\vec{v}$:

$$m \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{J}}{-Ne}\right) = -e\vec{E}.$$

Hier is de Lorentzkracht verwaarloosd, terwijl de vergelijking door de gebruikelijke linearizering verder nog overgaat in:

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \frac{Ne^2}{m}\vec{E}.$$

Bij harmonische tijdafhankelijkheid komt de aldus gevonden stroomdichtheidsbijdrage:

$$\vec{J} = \frac{iNe^2}{m\omega}\vec{E} = i\varepsilon_0 \frac{\omega_{pl}^2}{\omega}\vec{E}$$

overeen met de term $\bar{\bar{\sigma}}\vec{E}$ in (1), zodat de tensor $\bar{\bar{\varepsilon}}$ zich hier reduceert tot de scalair:

$$\sigma = i\varepsilon_0 \ \omega_{pl}^2/\omega.$$

Volgens (5) reduceert de fundamentele tensor $\bar{\bar{\varepsilon}}_1$ zich dan tot de scalaire grootheid

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}\right),$$

wanneer althans de dielectrische eigenschappen van het plasma, voor zover het andere deeltjes dan de vrij bewegende electronen betreft, verwaarloosd worden. Deze kennis van ε_1 is voldoende om alle eigenschappen voor dit eenvoudigste plasmamodel verder af te leiden.

Reeds iets ingewikkelder wordt het geval van een koud plasma in een oneindig groot statisch magneetveld (in de z richting gedacht) waarbij vanzelfsprekend de Lorentzkracht op de electronen mede in rekening moet worden gebracht. De betreffende meer componentige bewegingsvergelijking leidt dan volgens het principe van bovenstaande afleiding tot een diagonaaltensor voor $\bar{\bar{\varepsilon}}_1$, met als elementen:

$$\varepsilon_0 \quad , \quad \varepsilon_0 \quad , \quad \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}\right).$$

Het voorts veelvuldig beschouwde geval van een koud plasma in een eindig statisch magneetveld waarbij zowel de bewegingen van de electronen als van de ionen (lading Ze, massa M) in aanmerking worden genomen, vereist naast de Maxwell vergelijkingen het invoeren door middel van stroomdichtheden van de afzonderlijke bewegingsvergelijkingen voor ieder van deze deeltjes. De eliminatie van genoemde stroomdichtheden leidt dan tot een volledige $\bar{\bar{\varepsilon}}_1$ tensor zonder nulelementen. Wanneer het assenstelsel niet aan de orientatie van het magneetveld aangepast wordt, is het voldoende om deze tensor door de volgende drie elementen vast te leggen, omdat de overige elementen dan door cyclische verwisseling gevonden kunnen worden:

$$\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{\omega_{ple}^2(\omega^2 - \omega_{ce,x}^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} - \frac{\omega_{pli}^2(\omega^2 - \omega_{ci,x}^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_{ci}^2)},$$

$$\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_0} = \frac{\omega_{ple}^2(i\omega.\omega_{ce,z} + \omega_{ce,x}\cdot\omega_{ce,y})}{\omega^2(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} - \frac{\omega_{pli}^2(i\omega.\omega_{ci,z} - \omega_{ci,x}\cdot\omega_{ci,y})}{\omega^2(\omega^2 - \omega_{ci}^2)}, \qquad (9)$$

$$\frac{\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_0} = \frac{\omega_{ple}^2(-i\omega.\omega_{ce,y} + \omega_{ce,x}\cdot\omega_{ce,z})}{\omega^2(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} + \frac{\omega_{pli}^2(i\omega.\omega_{ci,y} + \omega_{ci,x}\cdot\omega_{ci,z})}{\omega^2(\omega^2 - \omega_{ci}^2)};$$

hierin zijn de plasmafrequenties voor de electronen en de ionen (bij een dichtheid N van de electronen, en N/Z van de ionen) vastgelegd door:

$$\omega_{ple}^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \quad , \quad \omega_{pli}^2 = \frac{NZe^2}{M\varepsilon_0},$$

terwijl de grootte B_0 van de homogene magnetische inductievector $\vec{B_0}$ voorkomt in de componenten $\omega_{ce,x}, \omega_{ce,y}, \omega_{ce,z}$ van de vector $\vec{\omega_{ce}} = e\vec{B_0}/m$ (lengte $\omega_{ce} = eB_0/m$) voor de electronencyclotronfrequentie, en in de componenten $\omega_{ci,x}$, $\omega_{ci,y}$, $\omega_{ci,z}$ van de vector $\vec{\omega_{ci}} = Ze\vec{B_0}/M$ voor de ionencyclotronfrequentie.

Met behulp van de door (9) vastgelegde $\bar{\bar{\varepsilon}}_1$ tensor kunnen de plasma eigenschappen zoals de in de vorige paragraaf genoemde polarisatie-effecten in principe berekend worden. Zoals reeds vermeld, interesseren de gangbare plasmatheorieën zich in het bijzonder voor de dispersievergelijking. Deze laatste kan ook steeds gevonden worden door in de Maxwellvergelijkingen en in de overige gelinearizeerde vergelijkingen $\partial/\partial t = -i\omega$ en $\nabla = i\vec{k}$ te stellen. De aldus gevormde vergelijkingen vormen een stelsel dat homogeen lineair is in de amplitudes van $\vec{E}$ en $\vec{H}$ en in de verder nog voorkomende onbekende grootheden (waaronder bijv. de snelheidscomponenten, of daarmee overeenkomende stroomdichtheden, van de electronen en de afzonderlijke ionen). Door de determinant van een dergelijk stelsel gelijk aan nul te stellen verkrijgt men zonder meer de dispersievergelijking. Denisse en Delcroix (J.F. Denisse en J.L. Delcroix, 1961) hebben dit in het bijzonder uitgevoerd voor een veralgemening van het door (9) bepaalde plasma waarin nog eindige temperaturen voor de electronen en voor de ionen ondersteld worden; de bij dit model behorende $\bar{\bar{\varepsilon}}_1$ tensor gaat over in (9) wanneer deze temperaturen nul worden. De hier genoemde theorieën leiden onder meer tot de typisch hydrodynamische Alfven golf, die gekenmerkt wordt door een voortplantingssnelheid welke voor $\omega \ll \omega_{ci}$ benaderd kan worden door

$$v_{Alfven} = B_0 / \sqrt{4\pi\rho}$$

($\rho \sim NM/Z$ de dichtheid van de materie).

Een nog dieper gaande bestudering van plasmas wordt verkregen door de Maxwell vergelijkingen te combineren met die van Boltzmann-Vlasov, d.w.z. met vergelijkingen voor de verdelingsfuncties die de waarschijnlijkheden aangeven dat de posities en de snelheden van de verschillende in het plasma voorkomende deeltjessoorten gelegen zijn binnen bepaalde oneindig kleine intervallen. Ook deze theorie is wederom gelijkwaardig met bepaalde expliciete uitdrukkingen voor de elementen van de $\bar{\bar{\varepsilon}}_1$ tensor, en wel in de vorm van integralen.

4. DE VOORTPLANTING VAN RADIOGOLVEN.

Mede omdat niet lange tijd na het opstellen van de Maxwell vergelijkingen de Hertzsche golven en radiocommunicatie hun intrede deden, en het bestaan en gedrag van deze golven bij uitstek door deze vergelijkingen verklaard wordt, willen we thans de voortplanting van radiogolven nader bezien als een voorbeeld van gespecificeerde problemen uit de derde categorie (genoemd aan het begin van dit artikel). Een van de moeilijkheden aan het begin

van deze eeuw was te begrijpen hoe het mogelijk is dat radiogolven de aardkromming kunnen overwinnen, vooral sinds het in 1902 voor het eerst aan Marconi gelukte signalen over de Atlantische Oceaan te zenden. In principe is dit een diffractieprobleem, omdat radiofrequenties practisch niet door het aardlichaam heen kunnen dringen, en hun weg dus buiten langs het bolvormige door de aarde gevormde obstakel moeten vinden. Weliswaar had men aanvankelijk houvast aan de door Sommerfeld (A. Sommerfeld, 1909) ontwikkelde theorie waarin de aardkromming verwaarloosd werd, maar het toenemen van de overbrugde afstanden maakte het noodzakelijk deze kromming geheel en al in rekening te brengen.

Een zo volledig mogelijke idealizatie van het diffractieprobleem leidt tot een model waarin men een puntvormige bron van electromagnetische golven (de zender) beschouwt waarvan het veld zich uitbreidt over een ruimte bestaande uit twee media, de elk voor zich homogene buitenruimte en binnenruimte van de aarde. Aan het aardoppervlak worden de randvoorwaarden rechtstreeks door de vergelijkingen van Maxwell bepaald. Een daarop berustende reeksontwikkeling in bolfuncties (met als argument de hoekafstand ϑ van zender tot waarnemingspunt, zoals gezien vanuit het middelpunt van de aarde) voor het magnetische veld was reeds in 1903 door Macdonald (H.M. Macdonald, 1903) gegeven, maar een grote moeilijkheid ontstond door de veel te langzame numerieke convergentie van deze reeks voor radiofrequenties;men heeft namelijk een aantal termen nodig dat van de grootte orde is van het aantal in de aardomtrek vervatte golflengten! In dit verband is het interessant dat men thans door de vervolmaking van de computers wederom in een directe sommatie van de reeks geinteresseerd is, zij het dan speciaal voor de langere golven.

De onzekerheid omtrent numerieke consequenties van de genoemde reeks leidde in 1910 tot een uitspraak van Nichelson (J.W. Nichelson, 1910) dat dit diffractieprobleem er een van mathematische analyse was waaromtrent de meest uiteenlopende gezichtspunten verkondigd werden. Deze onzekerheid bevorderde tevens dat men naar een andere mogelijkheid in plaats van buiging zocht ter verklaring van de grote reikwijdte van radiozenders. Aldus kwamen in 1902 Kennelly en Heaviside onafhankelijk tot de hypothese van het reflecterende effect van een geleidende laag in de hogere atmosfeer; van deze thans als ionosfeer bekend staande laag (feitelijk lagen) werd de aanwezigheid echter reeds veel eerder in 1878 door de Amerikaan Balfour Stewart gepostuleerd ter verklaring van aardmagnetische effecten. Het was nog steeds niet duidelijk of dit invoeren van de ionosfeer niet overbodig was omdat de zuivere diffractietheorie eventueel tot numerieke resultaten van dezelfde grootte orde zou kunnen leiden; de hier bedoelde onzekerheid werd nog in 1915 in een uitvoerig artikel van Love (A.E.M. Love,1915) ter sprake gebracht. Aan deze onzekerheid kwam eerst in 1918 voorgoed een einde door een artikel van Watson (G.N. Watson, 1918) waarin deze op de bovengenoemde reeks in bolfuncties de transformatie toepaste die thans bekend staat als "Watsontransformatie". In moderne terminologie komt deze transformatie neer op de overgang van "modes" die beantwoorden aan de vereiste periodiciteit van het veld wanneer de poolhoek ϑ toeneemt met 2π (bolfuncties met gehele orden) naar "modes" die vastgelegd worden door de randvoorwaarden vereist in het oneindige en aan het aardoppervlak (bolfuncties met door deze voorwaarden bepaalde complexe orden). De op deze wijze afgeleide nieuwe reeks convergeert voor radiofrequenties veel sneller dan de oorspronkelijke reeks. We vermelden hierbij nog dat van der Pol, die zich steeds zeer voor radiogolfproblemen interesseerde, Watson tot zijn baanbrekende publicatie heeft aangemoedigd; hij overwoog daarbij dat deze persoon, destijds bezig met het samenstellen van zijn bekende handboek voor Besselfuncties (G.N. Watson, 1922), aangewezen was om een reeks te trachten te sommeren waarvan de coefficienten van de afzonderlijke termen niet minder dan acht Besselfuncties bevatten!

De numerieke bewerking van de nieuwe door Watson afgeleide reeks toonde onomstotelijk aan dat het diffractieprobleem, waarin de gehele atmosfeer als homogeen aangenomen wordt, niet de grootte orde van de op grote afstanden geconstateerde zendervelden kan verklaren. Bovendien toonde een later artikel van Watson (G.N.Watson, 1919) aan dat dit wel mogelijk is wanneer men tevens de ionosfeer vereenvoudigd in rekening brengt door het aannemen van een oneindig geleidende bol die de aarde concentrisch omgeeft. Later kwam de behoefte aan meer verfijnde berekeningen waarin tevens de hoogteafhankelijkheid van de ionospherische dichtheid in het model verwerkt werd, evenals de invloed van het aardmagneetveld; dit laatste veroorzaakt een dubbele breking waardoor de in § 2 genoemde symmetrie-eigenschappen bij verwisseling van de rollen van zender en ontvanger niet meer streng gelden. Wanneer men van deze laatste anisotropie afziet, en de atmosfeer (troposfeer en ionosfeer) algemeen als een inhomogeen medium met spherische symmetrie beschouwt (de scalaire grootheid $\hat{\varepsilon}_r$ slechts een functie van de afstand r tot het aardmiddelpunt), is het nog steeds mogelijk bij een bepaalde frequentie ω aan alle vergelijkingen van Maxwell te voldoen door de velden als volgt in verband te brengen met één enkele scalaire grootheid Π_e :

$$\vec{E} = e^{-i\omega t} \cdot \frac{k_0}{k^2} \nabla \times \nabla (k \Pi_e \vec{r}), \qquad (10)$$

$$\vec{H} = e^{-i\omega t} \cdot \frac{\nabla \times (k \Pi_e \vec{r})}{i c \mu_0};$$

het gehele probleem wordt dan teruggebracht tot de bepaling van Π_e die daarbij gevonden moet worden als een oplossing van de driedimensionale (scalaire) Helmholtz-vergelijking:

$$\left\{\nabla^2 + k^{*2}(r)\right\} \Pi_e = 0,$$

waarin

$$k^{*2}(r) = k^2(r) - k(r) . \frac{d^2}{dr^2}\left\{\frac{1}{k(r)}\right\},$$

en $k^2(r) = k_0^2 \cdot \varepsilon_r(r)/\varepsilon_0$; $\vec{r}$ is de radiaal gerichte vector die het aardmiddelpunt verbindt met het punt van waarneming. De vector $\Pi_e \vec{r}$ is een Hertzsche vector van het type dat dikwijls gebruikt wordt voor het vinden van een volledige oplossing van de vergelijkingen van Maxwell. We merken nog op dat de door (10) gegeven veldvorm van het "electrische" type is, zoals beantwoordt aan een korte of Hertzsche dipool, maar niet aan dat van een magnetische dipool.

Eerst sinds 1949 worden voortplantingsproblemen voor electromagnetische golven ook op een statistische basis behandeld. De aanleiding hiertoe was dat voor microgolven, waarvan de frequentie te hoog is opdat de voor hen transparante ionosfeer een merkbaar effect heeft, de velden ver achter de horizon van de zender te groot bleken om alleen door diffractie verklaard te kunnen worden. Het was hierbij niet voldoende om slechts de hoogteafhankelijkheid van $\varepsilon_r(r)$ in de troposfeer in rekening te brengen. In plaats hiervan konden de genoemde velden verklaard worden door de verstrooiiende werking van locale turbulente inhomogeniteiten die altijd in de troposfeer aanwezig zijn. Het veld van de zender kan dan rechtstreeks een dergelijke inhomogeniteit bereiken, waarna een gedeelte van de aldaar verstrooide energie de ontvanger wederom rechtstreeks kan bereiken; een en ander werd het eerst uitgesproken in een artikel van Booker en Gordon (Booker, 1955). De betreffende verdere theorieën geven aan hoe uit gegeven statistische eigenschappen van de atmospherische turbulentie overeenkomstige statistische eigenschappen volgen voor de golven die door het medium verstrooid worden. Het is interessant dat later ook de mogelijkheid van een verstrooiiende werking door de locale inhomogeniteiten in de ionosfeer eerst theoretisch onderkend werd, en later experimenteel gerealizeerd voor frequenties die juist te hoog zijn om door de ionosfeer op de gewone wijze gereflecteerd te worden. Dit is een van de weinige voorbeelden waarin een theorie voor golfvoortplanting aangemoedigd heeft tot het verrichten van een realizeerbaar gebleken verschijnsel.

LITERATUUR.

Bremmer, H. Comm. Pure and Applied Math. 4 (1951), 419-426 (zie pag. 425).

Kline, M. Asymptotic development of steady-state electromagnetic fields, Research Report EM-14, New York Univ., Mathematics research group, July 1949.

Bremmer, H. Theory of the generation of waves in a plasma described by a dielectric tensor, Rijnhuizen Report 67-42 1967.

Denisse, J.F. and Delcroix, J.L. Theorie des ondes dans les plasmas (Monographies Dunod, Paris 1961).

Sommerfeld, A. Ann. d. Phys. (4te Folge) 28 (1909) 665.

Macdonald, H.M. Proc. Roy. Soc. 71 (1903) 251.

Nichelson, J.W. Jahrbuch der Drahtl. Telegr. u. Teleph. 4 (1910) 20.

Love, A.E.M., Phil. Trans. Roy. Soc. London 215A(1915)105.

Watson, G.N. Proc. Roy. Soc. A95 (1918) 83.

Watson, G.N. Theory of Bessel functions (1922) Cambridge.

Watson, G.N. Proc. Roy. Soc., A95 (1919) 546.

Booker, H.G. and Gordon, W.E., Proc. Inst. Radio Engrs. 38 (1950) 401.

Eindhoven, januari 1974.

Voordracht gehouden op 13 december 1973 in de T.H. Delft, Afdeling der Elektrotechniek, tijdens werkvergadering no. 234.

DE GEVOLGEN VAN DE THEORIE VAN MAXWELL IN DE OPTICA

Prof.Dr.Ir. H.J. Frankena
Afd. der Technische Natuurkunde, Technische Hogeschool Delft

In MAXWELL's "Treatise on Electricity and Magnetism" beslaan de beschouwingen over lichtgolven minder dan vier procent van de totale tekst. In die behandeling van bescheiden omvang worden echter zaken van groot belang naar voren gebracht; als zij niet opgemerkt waren zou er geen reden zijn dat, zoals thans het geval is, een elektrotechnisch ingenieur voor U staat om over Optica te praten.

Wij kunnen opmerken dat de weg tot het begrijpen van het karakter van lichtgolven lang, glibberig en veel vertakt is geweest; in de loop der historie hebben vele onderzoekers voor mijlpalen langs deze weg gezorgd. MAXWELL's gevolgtrekkingen over de aard van deze golven vormen, in dit zelfde beeld, een triomfantelijke ereboog op de plaats waar het minder kronkelige en geasfalteerde deel van die weg begint.

Na een poging van DESCARTES in de eerste helft van de zeventiende eeuw, om het licht te beschrijven als een mechanisch drukverschijnsel dat door een volmaakt elastische ether getransporteerd wordt, verschijnen tegen het jaar 1700 twee concurrerende theorieën. Naast de deeltjestheorie van NEWTON kwam er de golftheorie, vooral ontwikkeld door HUYGENS; speciaal de eerste vormde, dank zij de grote faam van haar opsteller, de basis van wetenschappelijke beschouwingen gedurende de volgende honderd jaar. Beide theorieën hadden hun voor- en nadelen. Zo hielden de aanhangers van de theorie van HUYGENS, onder invloed van het toen reeds verkregen begrip van geluidsgolven, het licht als vanzelfsprekend voor een longitudinaal golfverschijnsel. Hierdoor kon men, in tegenstelling tot de deeltjestheorie, de polarisatieverschijnselen niet verklaren. Daarentegen was de golftheorie in het voordeel bij het beschrijven van het verschijnsel "dubbele breking". Op grond van uitgebreide proefnemingen kwam YOUNG tot het beginsel van de interferentie en tevens tot het invoeren van het begrip transversale golf. Hierna kon FRESNEL in het begin van de negentiende eeuw een fraaie uitbreiding van de golftheorie opstellen. Hierin konden zowel buigings- en polarisatieverschijnselen, als de rechtlijnige voortplanting van het licht, afdoende beschreven worden. Men dient echter wel te bedenken dat in deze theorie het karakter van deze golven nog voor een groot deel verklaard werd in termen van elastische bewegingen van een alles doordringende ether. Dit leidde vooral bij het stellen van randvoorwaarden tot afwijkingen van de normale mechanica. Het feit dat lichtgolven zich met een eindige snelheid voortplanten was reeds sinds 1675 bekend uit waarnemingen van de sterrekundige ROEMER.

In 1867, en later in de "Treatise", merkte MAXWELL op dat er ook elektromagnetische golfverschijnselen mogelijk zijn, als men maar het bestaan van een medium in de baan van de golven aanneemt. Uit zijn theorieën over het elektromagnetisme kwam hij nu tot bepaalde eigenschappen van dit medium, speciaal ten aanzien van de voortplantingssnelheid van de golven. Deze kwamen, binnen de nauwkeurigheden van de toen bekende metingen, overeen met de eigenschappen van de ether uit de lichttheorie. Het gevolg was, dat MAXWELL durfde te stellen dat beide verschijnselen van hetzelfde karakter moesten zijn, een karakter dat ook hij nog met mechanische modellen aanschouwelijk trachtte te maken. In latere jaren kon door proefnemingen van HERTZ over terugkaatsing van elektromagnetische golven, over hun richtingsverandering bij het intreden in een ander medium ("breking") en over hun polarisatietoestand, deze stelling bevestigd worden. Vooralsnog was dit inzicht nog van weinig invloed in de optica, al leverde het een prettige steun tot verklaring van het faraday-effect, dat is de draaiing van het polarisatievlak onder invloed van een magnetisch veld. Men werkte in de optica al zeer lang met het begrip lichtstraal, op grond waarvan de geometrische optica zich kon ontwikkelen. Een rechtstreeks contact met de theorie van het elektromagnetisme was vooreerst moeilijk te leggen. Met uitzonderingen bij het verklaren van verschijnselen waarin de polarisatietoestand een rol speelt, had men op dat moment ook niet zoveel behoefte aan een vectoriële lichttheorie. Door de te snelle wisselingen in de tijd kunnen momentane waarden niet waargenomen worden en verder is er in het licht van de meeste klassieke bronnen geen polarisatierichting aan te wijzen. De componenten van de veldsterkten zijn in alle richtingen loodrecht op de voortplantingsrichting even groot door zeer veel snelle en willekeurige wisselingen in de polarisatierichting. Er blijkt aldus een scalaire grootheid als enig meetbare op te treden, de intensiteit, die te maken heeft met het gemiddelde over de tijd van het voortgeplante vermogen. Deze intensiteit nu is eenvoudig in verband te brengen met een scalaire golffunctie; van deze laatste is voor velden van beperkte coherentie pas sinds kort het verband met de elektromagnetische grootheden aangegeven. Nu is er sedert dertien jaar een soort lichtbron ter beschikking die een golf afgeeft van aanzienlijke coherentie, dus een golf met goed

gedefinieerde betrekkingen tussen de fase van het verschijnsel in verschillende punten en op verschillende tijdstippen. De aanvankelijk geringe geestdrift van de optici voor de elektromagnetische lichttheorie valt grotendeels te verklaren uit het gedurende zo lange tijd ontbreken van een dergelijke bron.

Ik wil nu mijn betoog voortzetten met een beschouwing van de ontwikkelingen gedurende de afgelopen twintig jaar, zijnde een periode waarin zich snelle veranderingen in de optica hebben voltrokken. Daarbij zal ik niet ingaan op de ontwikkelingen in de quantumtheorie, waar onder andere de quantum-elektrodynamica gebruik maakt van optische experimenten om haar resultaten te verifiëren. In het begin van de vijftiger jaren waren er maar weinig wetenschappelijke contacten tussen de optici en de onderzoekers die de elektromagnetische golven vanuit de elektrotechniek bestudeerden. De microgolftechniek is daarin het vakgebied dat, wat golflengte betreft, het dichtst bij de optica ligt; de eigenschappen van de media voor de golfvoortplanting vertonen daarin nog de meeste overeenkomst met die voor licht. Onder invloed van de grote belangstelling voor radartoepassingen had er een geweldige ontwikkeling in de microgolftechniek plaatsgevonden, zowel experimenteel als theoretisch. Ook beschouwingen uit de systeemtheorie en de informatietheorie vonden daarin hun toepassing. Uitgangspunt voor het elektromagnetisme was steeds de theorie van MAXWELL.

In de optica werd, naast het voortzetten van de ontwikkelingen van conventionele stelsels met behulp van de geometrische optica, de mogelijkheden om licht door glaskabels te laten voortplanten onafhankelijk van elkaar door HOPKINS en VAN HEEL bestudeerd. Karakteristiek voor de wijze van werken in die tijd is toch wel het gebrek aan contact met degenen die zich met de verwante elektromagnetische golfgeleiders bezighielden. Verder was er veel activiteit in de interferometrie, doch men kon zich hierbij steeds voldoende uitdrukken met een scalaire theorie. Dichter bij de elektromagnetische golftheorie stond het werk van ZERNIKE (1935) die voorstelde de fase van een golf vast te leggen door interferentie met een daarmee coherente hulpgolf. De praktische toepassing hiervan werd in 1948 beschreven door GABOR, die inzag dat dit in principe kon leiden tot een hologram, dat wil zeggen tot een tweedimensionaal interferentiepatroon waaruit, als het fotografisch vastgelegd is, later weer een beeld met volledig driedimensionale eigenschappen te vormen is. Door gebrek aan bronnen die licht met een voldoende graad van coherentie afgeven, moest GABOR's vinding echter nog vijftien jaar in de ijskast.

De grondslagen die leidden tot een latere bekering van vele optici tot de theorie van MAXWELL zijn te vinden rond 1954 toen, onder meer door TOWNES, BASOV en PROKHOROV systemen werden uitgedacht die microgolven in een zeer smal frequentiegebied konden afgeven: de masers. Speciaal de werking van de daarin voorkomende trilholte dient beschreven te worden met behulp van de elektromagnetische veldtheorie. Hetzelfde geldt voor de optische tegenhanger van dit toestel, de laser, waarvoor SCHAWLOW en TOWNES reeds in 1958 een voorstel deden doch waarvan de eerste verwezenlijking, door MAIMAN, in 1960 werkte. Hiermee kreeg de optica een bron ter beschikking die licht met een hoge coherentiegraad uitzendt in de vorm van smalle, weinig divergerende bundels; de polarisatietoestand van dit licht is doorgaans lineair en in elk geval constant.

De intensiteit van laserbundels kan zeer groot zijn; bij focusseren kunnen in impulsen de veldsterkten soms waarden aannemen die in orde van grootte te vergelijken zijn met die van de velden die binnen een atoom de elektronen aan de kern binden. Hierdoor kwamen met de komst van de laser vele effecten binnen bereik die vóór die tijd veelal wel bekend waren maar, gezien de geringe mogelijkheid tot het opwekken van velden met voldoende intensiteit, nauwelijks praktische toepassing vonden. Ik doel hierbij op de niet-lineaire optische effecten, die een gevolg zijn van het feit dat de optische eigenschappen van sommige materialen blijken te veranderen bij wijzigingen in het aanwezige elektromagnetische veld. Naast het eerder genoemde faraday-effect, dat al in de eerste helft van de negentiende eeuw gevonden was, waren juist vóór de laatste eeuwwisseling op het gebied van het ontstaan en veranderen van anisotropie onder invloed van een uitwendig elektrisch veld twee verschillende effecten, respectievelijk door POCKELS en door KERR, ontdekt. Ook andere verschijnselen, zoals de ramanverstrooiing, die een frequentieverschuiving bij doorgang door materie verklaart en de brillouinverstrooiing, die betrekking heeft op wisselwerking tussen geluid- en lichtgolven, waren in 1960 al lang bekend. Het beschikbaar komen van laserlicht gaf de mogelijkheid, deze bekende effecten uit te buiten en nieuwe niet-lineaire effecten op te sporen. Zo publiceerde FRANKEN, precies één jaar na de aankondiging van het werken van de eerste laser, de resultaten van een experiment waarbij in een medium met een permittiviteit die van de elektrische veldsterkte afhangt (kwarts), de tweede harmonische van een lichtgolf werd opgewekt. Experimenten van deze aard zijn van groot belang omdat men dan, doorgaans met behoud van de coherentieëigenschappen, meer golflengten kan bestrijken dan alleen het beperkte aantal dat door de verschillende typen lasers wordt afgegeven. In dit licht is het begrijpelijk, dat er ook vele activiteiten zijn op het gebied van het mengen van lichtgolven en van optische parametrische oscillatie of versterking. Tevens heeft HARRIS enkele jaren geleden derde harmonischen kunnen opwekken in dampmengsels die, door het optreden van bepaalde ruimtelijke symmetrieeën in de structuur van de elementaire deeltjes (inversiesymmetrie), geen tweede harmonischen kunnen opleveren. Het rendement bij deze proefnemingen is

vaak klein, daardoor moet de invallende bundel een hoge intensiteit hebben. Dit kan leiden tot beschadigingen van het materiaal waarin het niet-lineaire effect zou moeten optreden. Daarbij zij verder opgemerkt dat de intensiteit van laserlicht in een dwarsdoorsnede niet constant is, doch afneemt met de afstand tot het centrum als een gaussfunctie. In de niet-lineaire optische materialen betekent dat een verschil in permittiviteit, dus brekingsindex, op verschillende plaatsen in de bundel, waardoor het medium als lens gaat werken. Het licht wordt hierdoor gefocusseerd en door de grotere intensiteit is de kans op beschadiging van het materiaal dan nog groter. Een tweede moeilijkheid bij het optreden van nieuwe frequenties is de dispersie. Hierdoor is de voortplantingssnelheid van de nieuw opgewekte golven anders dan die van de invallende golven. De op verschillende plaatsen opgewekte bijdragen tot zo'n nieuwe golf zijn daardoor niet met elkaar in fase en er treedt dan netto weinig resultaat naar buiten. Hieraan is tegemoet te komen door de fase aan te passen. Meestal kan dat door als niet-lineair medium een kristal te kiezen en dan de dispersie en de anisotropie, dat wil in dit geval zeggen het verschil in voortplantingssnelheid tussen de gewone en de buitengewone golf, zó slim te gebruiken dat de nieuw opgewekte golven even snel voortgeplant worden als de invallende. Omdat deze verschijnselen tevens afhankelijk zijn van de temperatuur van het medium, kan men een parametrische oscillator bouwen waarin de golflengte van het signaal regelbaar is door die temperatuur te veranderen. Een andere parameter kan de stand van het kristal, ten opzichte van de voortplantingsrichting van de golven, zijn. Helaas beschikt men op dit moment niet in alle golflengtegebieden over geschikte materialen, soms kan de functie van zo'n toestel echter worden overgenomen door lasers die zelf afstembaar zijn, zoals de kleurstoflasers.

Om U enig inzicht te geven in de wijze, waarop de niet-lineariteiten in de theorie worden ingevoerd, wil ik de volgende, vereenvoudigde beschouwing weergeven. In een verliesvrij medium volgt uit de wetten van MAXWELL

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \partial\vec{D}/\partial t, \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t, \tag{1}$$

onder de aanname dat het medium homogeen en in magnetisch opzicht isotroop is, met

$$\vec{B} = \mu\vec{H}, \qquad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}+\vec{P} \tag{2}$$

de vergelijking

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E}) + \mu\varepsilon_0\,\partial^2\vec{E}/\partial t^2 = -\mu\,\partial^2\vec{P}/\partial t^2. \tag{3}$$

Nu is in een niet-lineair medium het verband tussen de polarisatievector $\vec{P}$ en de elektrische veldsterkte $\vec{E}$ meestal betrekkelijk ingewikkeld. Soms kan men stellen, dat in het medium de elektronen onder invloed van het veld $\vec{E}$ een zekere verplaatsing ondergaan, maar daarin worden tegengewerkt door een met deze verplaatsing niet-lineair verlopende bindingskracht aan de kern. Dit levert elektrische dipolen waarvan het moment niet-lineair van $\vec{E}$ afhankelijk is. Voor de polarisatievector komt er dan, indien wij nu met de naar de tijd fouriergetransformeerde veldgrootheden werken en wij de velden van slechts één ruimtelijke coördinaat z afhankelijk denken:

$$\begin{aligned}\vec{P}(f;z) &= \vec{P}^{(1)}(f;z) + \vec{P}^{NL}(f;z) = \\ &= \vec{P}^{(1)}(f;z) + \sum_{n=2}^{\cdots} \vec{P}^{(n)}(f;z) = \\ &= \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(f)\vec{E}(f) + \sum_{n=2}^{\cdots} \underline{\underline{\chi}}^{(n)}(f;f_1,\ldots,f_n) \times \\ &\quad \times \vec{E}(f;z) \ldots \vec{E}(f;z).\end{aligned} \tag{4}$$

Hierin is $\underline{\underline{\chi}}^{(n)}$ de susceptibiliteitstensor die het n-de orde niet-lineaire effect beschrijft, in het argument moet gelden $f = f_1 + f_2 + \ldots + f_n$. Wij beschouwen nu een medium waarin alléén $\underline{\underline{\chi}}^{(1)}$ en $\underline{\underline{\chi}}^{(2)}$ van belang zijnde bijdragen opleveren, en waarop een vlakke golf met frequentie f_1 invalt. Dan komt er een bijdrage tot $\vec{P}(2f_1;z)$ omdat met (4)

$$\begin{aligned}\vec{P}(2f_1;z) &= \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(2f_1)\vec{E}(2f_1;z) + \\ &\quad + \underline{\underline{\chi}}^{(2)}(2f_1;f_1,f_1)\vec{E}(f_1;z)\vec{E}(f_1;z).\end{aligned} \tag{5}$$

De waarde van de elektrische veldsterkte moet nu uit (3) volgen. We schrijven $\vec{E}$ als

$$E_j(2f_1;z) = \hat{E}_j(2f_1;z)\exp\{-ik_j(2f_1)z\} \qquad (j=x,y,z) \tag{6}$$

waarin $k_j(2f_1)$ het golfgetal is indien het medium lineair zou zijn met $\underline{\underline{\chi}}^{(1)}$ als susceptibiliteit en het veld $\vec{E}$ langs de j-richting gepolariseerd zou zijn. Dit betekent dat wij E_j, op een langzaam met z veranderende factor $\hat{E}_j$ na, de z-afhankelijkheid van een vlakke golf door zo'n lineair medium denken te hebben. Invullen van (5) en (6) in (3) leidt nu, indien termen met $d^2\hat{E}_j/dz^2$ te verwaarlozen zijn ten opzichte van andere, tot de vergelijking

$$\begin{aligned}d\hat{E}_j(2f_1;z)/dz &= \sum_{l,m}\{-i\mu(4\pi f_1)^2/2k_j(2f_1)\} \times \\ &\quad \times \chi^{(2)}_{jlm}(2f_1;f_1,f_1) \times \\ &\quad \times \hat{E}_l(f_1;z)\hat{E}_m(f_1;z)\exp[i\Delta kz]\end{aligned} \tag{7}$$

met

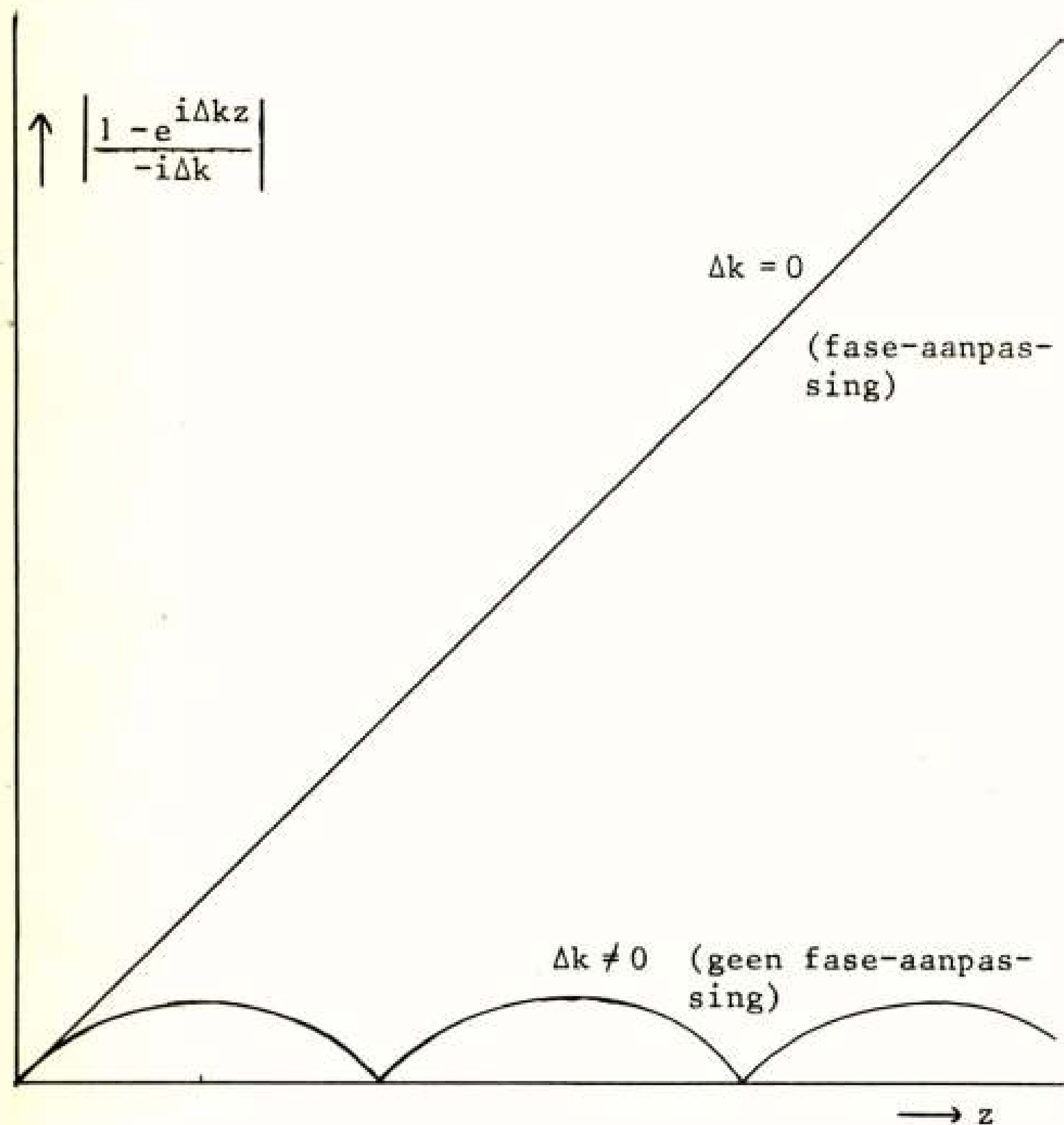
$$\Delta k = k_j(2f_1) - k_l(f_1) - k_m(f_1). \tag{8}$$

Indien de golf met frequentie f_1 zeer sterk is, zullen de factoren $\hat{E}_l$ en $\hat{E}_m$ in (7) praktisch constant zijn als functie van z (onuitputtelijke grondgolf). Dan is de op-

lossing van (7):

$$\hat{E}_j(2f_1;z) = \{-i\mu(4\pi f_1)^2/2k_j(f_1)\} \times \times \chi^{(2)}_{jlm}(2f_1;f_1,f_1)\hat{E}_1(f_1;0)\hat{E}_m(f_1;0) \times \times (1 - e^{i\Delta kz})/(-i\Delta k). \quad (9)$$

Voor voldoend grote $\chi^{(2)}$ is er dus een veld met frequentie $2f_1$ te meten, dat periodiek van z afhankelijk is. Dit is het eerder genoemde effect, dat verschillende bijdragen door faseverschillen elkaar, afhankelijk van de te doorlopen weg, kunnen tegenwerken. Indien echter $\Delta k = 0$, dan zal $\hat{E}_j$ in deze benadering lineair met z toenemen en komt er een veel sterker effect; dit is wat wij eerder het aanpassen van de fase hebben genoemd.



Het ligt voor de hand zich af te vragen wat al deze ontwikkelingen, die doorgaans zonder de theorie van MAXWELL niet te verklaren zijn, behalve hun wetenschappelijke waarde nog voor verder direct belang in ons bestaan kunnen hebben. Zonder te proberen volledig te zijn, wijs ik U op drie belangrijke aspecten.

Ten eerste breiden de hiervóór genoemde effecten de mogelijkheden in de spectroscopie zodanig uit, dat in de toekomst gehoopt mag worden op systemen om verontreinigingen in gassen, zoals de atmosfeer, of vloeistoffen, zoals water, op kilometers afstand te ontdekken en te determineren naar aard, plaats en intensiteit. Daarbij denkt men gebruik te maken van de ramanverstrooiing, die een voor de verstrooiende stof karakteristieke frequentieverschuiving geeft. Doordat de verstrooiingsdoorsnede van bijvoorbeeld een bepaalde gascomponent in een rookpluim echter griezelig klein is, moet men een zeer intense bundel laten invallen. Dit levert thans technisch gezien nog problemen op, en er treden ook veiligheidsaspecten naar voren die de uitvoering van dit idee in gevaar brengen. Wellicht zal een geavanceerde verwerking van het terugontvangen signaal de mogelijkheid kunnen bieden deze problemen te omzeilen doordat er met minder intens licht bestraald kan worden.

Een tweede punt is het vervaardigen van optische modulatoren. Deze kunnen bijvoorbeeld berusten op het eerder genoemde pockels- of kerreffect, doch ook modulatoren die gebruikmaken van lichtverstrooiing aan zeer hoogfrequente geluidsgolven blijken doelmatig te werken. In combinatie met de zeer recente ontwikkeling van glaskabels met geringe demping is dit van belang voor het onderzoek naar de mogelijkheden van optische communicatiestelsels. Op dit moment is het feit, dat de daarvoor meest geschikte lasers slechts bij zeer lage temperaturen stabiel werken, daarbij nog een grote hindernis.

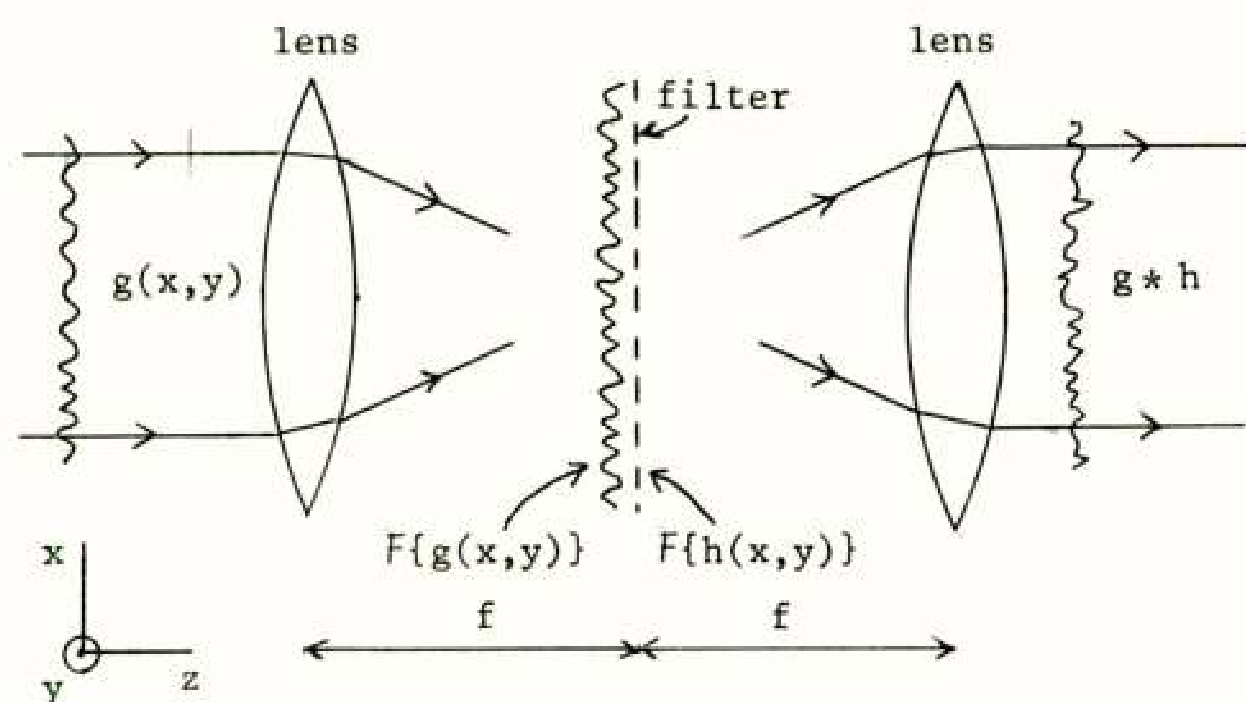
Ten derde wil ik wijzen op de grote activiteit op het gebied van het opwekken, voortgeleiden en bewerken van lichtgolven in zeer dunne diëlektrische lagen, een ontwikkeling die tot optische rekenapparatuur zal moeten leiden. Het is welhaast onvermijdelijk dat de laatste twee toepassingen een sterke aaneengroeiing en vermenging van elektrotechniek en optica met zich mede brengen.

De grote mate van coherentie van laserlicht bracht het uitvoeren van GABOR's idee voor holografie ook weer aan de orde. In Ann Arbor, aan de Universiteit van Michigan, bestond reeds jarenlang grote activiteit op het gebied van het verwerken van radarbeelden. Door een slimme combinatie met een aldaar uitgedachte ontwikkeling van VANDERLUGT op het gebied van de zogenaamde side-looking radar, konden zijn plaatsgenoten LEITH en UPATNIEKS een bruikbaar optisch holografiesysteem aangeven. Hierbij worden ongewenste lichtbijdragen ruimtelijk gescheiden van de bundel die het gewenste beeld vormt. Een opmerking van STETSON in 1965 maakte de holografie voor industriële toepassingen van belang. Deze realiseerde zich dat als men van een voorwerp dat iets verplaatst wordt, twee hologrammen over elkaar heen maakt, het daarna te vormen beeld interferentielijnen vertoont die representatief zijn voor de verplaatsing tussen de beide opnamen. Ook kan men één hologram opnemen en het beeld ervan laten samenvallen met het iets verplaatste of gedeformeerde voorwerp: een soortgelijk interferentiepatroon ontstaat dan. Deze vorm van contactloze meting is tot in onderdelen van micrometers nauwkeurig te maken en zal in de naaste toekomst zeker nog veel toepassingen vinden. Een ander, reeds ingeburgerd, gebruik van holografie is het bepalen van trillingspatronen van voorwerpen. In de microscopie, het vakgebied waarvoor GABOR de hologrammen bedoeld had, heeft deze techniek nog niet een grote opgang gemaakt. Men zou, theoretisch gezien, geweldige vergrotingen tot stand kunnen brengen door een hologram op te nemen met straling van een zeer kleine golflengte (bijvoorbeeld

elektronenbundels) en daarna het beeld zichtbaar te maken met licht, dat een veel grotere golflengte heeft. Als het hologram groot van afmetingen is, moet men dan een zeer groot scheidend vermogen kunnen bereiken in een afbeelding met weinig aberraties en grote scherptediepte. Toch blijven praktische bezwaren het toepassen nog sterk beperken.

Een nadeel van holografie is dat men een interferentiepatroon moet trachten vast te leggen. Tot dusverre betekent dit, dat een fotografische plaat na het belichten weggehaald, ontwikkeld, gefixeerd en veelal gebleekt moet worden. Het met voldoende nauwkeurigheid op zijn plaats terugzetten geeft, mede door krimp van de fotografische emulsie tijdens het fixeren, vaak moeilijkheden. Men zoekt daarom naar nieuwe systemen voor het vastleggen van de informatie. Daarbij beschouwt men zowel elektro-optische detectoren als magneto-optische materialen, terwijl media die fotopolymerisatie vertonen reeds gebruikt worden. In sommige gevallen wil men dan de informatie tevens kunnen uitwissen of overschrijven. Zowel in de interferometrische toepassingen als bij het materiaalonderzoek kan men zich tegenwoordig niet meer tot een scalaire theorie beperken, hetgeen een nieuwe groep van optici tot belangstelling voor MAXWELL's theorie heeft gebracht. Daarbij nemen wij als optici ook de in de elektrotechniek al veel gebruikelijker informatietheoretische beschouwingen gaarne over en stellen onze kennis graag ter beschikking van de microgolftechnici die soms overwegen in hun frequentiedomein holografie te gaan bedrijven.

Dank zij de uitstekende coherentie-eigenschappen van laserlicht is ook het optisch filteren van groot belang geworden. Men gaat daarbij uit van een evenwijdige bundel, die een zekere informatie draagt in de vorm van een ruimtelijke modulatie van de amplitude van de golffunctie. Indien deze bundel loodrecht invalt op een dunne positieve lens, dan is de veldverdeling in het brandvlak achter deze lens evenredig met de fouriergetransformeerde (naar de twee dwarscoördinaten) van deze modulatiefunctie. Men brengt nu in dit vlak een filter aan met een zekere doorlaatkarakteristiek (naar fase en amplitude) en zet een tweede lens, die identiek is met de eerste, op brandpuntsafstand achter dit filter. Dan blijkt uit deze tweede lens een evenwijdige bundel te komen waarvan de amplitude gemoduleerd is volgens de convolutie van de invallende informatie en het spectrum van de filterfunctie. Aldus is, naast een eenvoudigweg uitzeven van bepaalde ruimtelijke frequenties, ook een groot aantal wiskundige bewerkingen van lichtverdelingen mogelijk. Indien men een hologram als filter gebruikt, is tevens patroonherkenning mogelijk.



Mijn betoog zou ten onrechte kunnen suggereren dat de geometrische optica in de verdrukking is geraakt. Om deze indruk weg te nemen haast ik mij U erop attent te maken dat elke moderne opstelling in de optica lenzen, prisma's en andere componenten bevat en dat de daaraan te stellen eisen, vooral met betrekking tot de aberraties, uitermate hoog zijn. Geen opticus kan zich dan ook veroorloven, deze tak te verwaarlozen. Er is daarbij een duidelijker contact met de theorie van MAXWELL ontstaan doordat men inzag dat in de microgolftechniek de verschijnselen bij zeer korte golflengte sterk op hun geometrisch-optische verklaringen gingen lijken. De werkelijke verbinding werd ertussen gelegd toen men in de elektromagnetische theorie asymptotiek voor zeer kleine golflengten ging introduceren; dit leidde in de vijftiger jaren tot KELLER's stralentheorie.

Ik hoop U thans een inzicht te hebben gegeven, hoe het geschrevene in de hoofdstukken XX en XXI in het vierde deel van MAXWELL's "Treatise" honderd jaar na de verschijning, naast een groot aantal wetenschappelijke en technische resultaten, ook een toenadering tot stand aan het brengen is tussen twee groepen van mensen die van oudsher gescheiden opereerden. Alleen daarom al dient deze verjaardag een feestdag te zijn.

Voordracht gehouden op 13 december 1973 in de T.H. Delft, Afdeling der Elektrotechniek, tijdens de 234ste werkvergadering.

VARIA

PERSONALIA

Samenvatting van de oratie van lector ir. J.Vermeulen gehouden op 18-10-1973 op de THT.

TELECOMMUNICATIE EN SAMENLEVING

In zijn inleiding legt spreker aan zijn gehoor de vraag voor, wat voor een techniek het zou kunnen zijn, die thans het automatisch telefoneren met bijv. Tokio mogelijk maakt, televisiebeelden van de gehele wereld thuis bezorgt en een telexbericht uit bijv. New York op kantoor aflevert.



Ter beantwoording van deze vraag verduidelijkt spreker eerst enige basisbegrippen uit de elektrische communicatietechniek, zoals het transport van informatie d.m.v. analoge en digitale signalen, de opbouw van punt-tot-punt verbindingen in communicatienetwerken, bestaande uit schakelcentra en de transmissiesystemen tussen deze schakelcentra, en de verspreiding van informatie in de distribuerende communicatiesystemen.

Vervolgens geeft hij een korte schets van de historische ontwikkeling van de telecommunicatie sinds de uitvinding van de telegraaf in 1837. Uitvoeriger staat hij stil bij de ontwikkelingen in de laatste 10 tot 15 jaar, die tegemoet moeten komen aan de sterk stijgende verkeersbehoeften en de vraag naar nieuwe dienstverleningen, zoals de automatisering van internationale verbindingen, de datatransmissie in computernetwerken, het verschaffen van meer programma's in kabeltelevisiesystemen. Hij beschouwt hierbij de nieuwe technieken, zoals draaggolfsystemen over kabels en straalverbindingen met zeer grote aantallen kanalen, transatlantische kabels, satellietverbindingen, de overdracht van analoge signalen met digitale middelen, golfpijpcommunicatie, optische systemen, processorbestuurde ruimte-verdeelde- en PCM-centrales, en de tendens tot integratie van de transmissie-en schakeltechniek, van de verschillende diensten en van de punt-tot-punt verbindingen en distributieve stelsels in één geschakeld breedband netwerk.

In het vervolg van zijn rede staat spreker stil bij de grote sociale en economische betekenis van de telecommunicatie, het centrale zenuwstelsel van de moderne samenleving. De telecommunicatie kan ten goede en ten kwade gebruikt worden en veel hangt af van de wijsheid van de samenleving in deze.

Spreker vergelijkt hierbij de communicatiesystemen met tweezijdig gerichte uitwisseling van informatie en die met éénzijdig gerichte distributie van informatie. De eerste vorm is de meest weldadige vorm van communicatie, daar zij kan leiden tot een vruchtbare uitwisseling van gedachten. De tweede vorm houdt gevaren in en dient zoveel mogelijk getransformeerd te worden in de eerste vorm. Hier liggen mogelijkheden bij de verdere ontwikkeling van de kabeltelevisie. Daarnaast dient de ingenieur zich er steeds van bewust te zijn, dat het niet de kostbare dienstverleningen zijn, die aan het individu ten goede komen.

Aan het einde van zijn rede plaatst lector Vermeulen nog enkele kanttekeningen bij het karakter van het onderzoek aan een Technische Hogeschool.

Geinteresseerden die een afdruk van de rede willen ontvangen kunnen hiertoe contact opnemen met ir. J. Vermeulen.

Samenvatting van de oratie van Prof. ir. T.Poorter, gehouden op 14-11-1973 op de THD.

MENS, INDUSTRIE EN HOGESCHOOL

De rede handelt over de symbiose van mens, industrie en hogeschool, in het bijzonder ten aanzien van de intermenselijke communicatie. Gewezen wordt op het belang van een goede interdisciplinaire communicatie als voorwaarde voor een harmonische industriele ontwikkeling in het licht van de zeer snelle technologische evolutie waarmede in het bijzonder de electronische industrie heden ten dage wordt geconfronteerd.



De basis voor een goede intermenselijke communicatie wordt gelegd gedurende de vorming van de jeugdige mens vanuit de maatschappij waaruit hij ontspringt. De bijdrage van het hoger onderwijs tot deze vorming moet daarom naast het aanbrengen van specialistische kennis sterk gericht zijn op het ontwikkelen van het communicatief

vermogen, gedragen door een grote receptiviteit voor kennis vanuit andere disciplines. Gewezen wordt op het vormende effect van de discussie op de menselijke communicatie, maar tegelijkertijd wordt een waarschuwende vinger hiertegen opgeheven en het belang van het introverte constructieve denken onderstreept.

Een grote receptiviteit is in het bijzonder noodzakelijk om de huidige snelle verandering van maatschappij en techniek constructief te kunnen ondergaan. Een confrontatie van de hogeschool met het industriele onderzoek kan hiertoe sterk bijdragen. Dit kan geschieden door in dit onderzoek te participeren, waarbij tegelijkertijd de zeer kapitaal-intensieve industriele voorzieningen door de hogeschool benut kunnen worden. Hierdoor kunnen actualiteit en zinvolheid van onderzoek en onderwijs aan de hogeschool aanmerkelijk verhoogd worden.

Voorts wordt gesteld dat de bijdrage van de hogeschool aan de industrie kan worden verhoogd door het institutionaliseren van een geschikte vorm van "education permanent" en het verhogen van de aandacht voor commerciele problematiek in het technisch hoger onderwijs. Door het eerste worden niveau en inhoud van het industriele kennisbeeld op peil gehouden; het tweede kan belangrijk bijdragen tot een goede communicatie tussen technische en commerciele disciplines, de synthese waarvan de basis vormt voor de continuiteit en de harmonische ontwikkeling van een industriele gemeenschap.

UIT HET NERG

LEDENMUTATIES

Voorgestelde leden

Ir. F.E. van Bochove, Bosb.Toussaintplein 178, Delft.
Ir. C.J. Hagenbeek, Ruthardlaan 35, Bussum.
Ir. J.J. Reijmers, De Kempenaerstraat 8, Delft.
Ir. M.F.M. Wijshoff, Geddingmoor 49, Nieuw Vennep.

Nieuwe leden

Ir. J.J.M. van Gorp, Waterweg 151, De Bilt.
Ir. F.Th.A. van Noesel, Stuurboord 81, Huizen N.H.
Ir. J.M.P.C.M. Visser, Burg. Hogguerstraat 213, Amsterdam.

Nieuwe adressen van leden

Ir. L. de Boer, Olivier van Noortlaan 9, Maarssen.
Ir. J. Mak, Klinkenberg 8, Oosterhout N.B.
Ir. P.H. Max, van Brouchovenlaan 1, Oegstgeest.
Ir. P.F.A.M. Otten, Debussystraat 25, Culemborg.
Ir. J.Th.R. Schreuder, Kon.Wilhelminalaan 1, Leidschendam.
Ir. J. Smith, Reigerpark 19, Purmerend.
Ir. F.A.M. van Venrooy, Torenstraat 11, Schimmert.

Overleden

Ir. F. de Frémery, Rossinilaan 40, Hilversum.
Ir. W.D.P. Stenfert, Gen. Foulkesweg 235, Wageningen.

Tijdschrift van het Nederlands Elektronica- en Radiogenootschap

Inhoud

deel 39 - nr. 1 - 1974

druk: HET ZUIDEN Eindhoven.